

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens 23.10.2026, 8:00)

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Bestimmen Sie geometrisch: $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2027}$.

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 9

(10 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten n ungeraden positiven Zahlen ist gleich n^2 .

HINWEIS: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für $k \in \mathbb{N}$ ist $2k$ gerade und $2k-1$ ungerade und positiv.

Aufgabe 10

(10 Zusatzpunkte)

Sei $a_0 = \frac{3}{2}$ und für $n \geq 0$ sei $a_{n+1} = 3a_n - 2n$

a) Berechnen Sie a_1 , a_2 , a_3 und a_4 .

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: $a_n = 3^n + n + \frac{1}{2} \quad \forall n \geq 0$.

Aufgabe 11

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 12

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für $x \in \mathbb{R}$:

a) $\sum_{\nu=-1}^5 \nu(\nu+1)$

b) $\sum_{k=1}^{n+4} 2^k$

c) $\sum_{k=0}^{n+21} x^{k+n}$

d) $\sum_{k=n}^m k$ für $m > n \geq 0$.