

LINEARE ALGEBRA 1**BLATT 4**

Abgabe: Donnerstag, den 18.11.2021, 10:00 Uhr

⊗ **Aufgabe 1.** Welche der folgenden Familien in den jeweiligen Vektorräumen sind linear unabhängig?

(i) $\mathcal{F}_1 := ((1, 2, -1), (1, -1, 2), (1, 1, 1))$ in dem \mathbb{R} -Vektorraum \mathbb{R}^3 ,

(ii) $\mathcal{F}_2 := ((1, I), (-I, 1))$ in dem \mathbb{C} -Vektorraum \mathbb{C}^2 ,

(iii) $\mathcal{F}_3 := ((\bar{2}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{0}))$ in dem C_3 -Vektorraum C_3^4 ,

(iv) $\mathcal{F}_4 := (1, \sqrt{2})$ in dem \mathbb{Q} -Vektorraum \mathbb{R} .

Hinweis: Ohne Beweis darf verwendet werden, dass $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ gilt.

Aufgabe 2. Bestimme den Durchschnitt der beiden Untervektorräume $\text{Lin}(\mathcal{F})$ und $\text{Lin}(\mathcal{F}')$ in \mathbb{R}^3 für

$$\mathcal{F} := ((1, 0, 2), (-2, 3, 1)), \quad \mathcal{F}' := ((2, 1, 2), (-3, 2, 1)).$$

Aufgabe 3. Es sei $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der Vektorraum aller Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} mit den punktweisen Verknüpfungen. Welche der folgenden Teilmengen von $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ sind Untervektorräume?

(i) Die Menge aller geraden Funktionen, d. h., die Menge

$$\{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(-x) = f(x) \text{ für jedes } x \in \mathbb{R}\}.$$

(ii) Die Menge aller ungeraden Funktionen, d. h., die Menge

$$\{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(-x) = -f(x) \text{ für jedes } x \in \mathbb{R}\}.$$

(iii) Die Menge aller nach oben beschränkten Funktionen, d. h., die Menge

$$\{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \text{es gibt ein } b \in \mathbb{R} \text{ mit } f(x) \leq b \text{ für jedes } x \in \mathbb{R}\}.$$

(iv) Die Menge aller bijektiven Funktionen, d. h., die Menge

$$\{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f \text{ bijektiv}\}.$$

Aufgabe 4. Es sei $\mathbb{K} := C_2$. Gib (ohne Begründung) alle Untervektorräume von \mathbb{K}^3 an.

Die mit ⊗ gekennzeichnete Aufgabe ist zur besonders sorgfältigen schriftlichen Ausarbeitung vorgesehen und wird mit 0–4 Punkten bewertet. Die restlichen Aufgaben werden auf sinnvolle Bearbeitung geprüft.