

## Übungen zu gewöhnlichen Differentialgleichungen Blatt 6

### 6.1 Aufgabe

Sei  $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ ,  $b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^5$  und  $x_0 \in \mathbb{R}^5$  definiert durch

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0.3 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b(t) := \begin{pmatrix} 3 \cos(t) \\ \exp(t) \\ t^2 \\ -t \\ \sqrt{|t|} \end{pmatrix}, \quad x_0 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) + b(t) \\ x(-1) = x_0, \end{cases}$$

numerisch im Zeithorizont  $[-1, 0]$  indem Sie die Formel für die Variation der Konstanten 7.3 in Octave/Matlab implementieren. Plotten Sie die erste Komponente der Lösung, also  $x_1(t)$  für  $t \in [-1, 0]$ .  
*Hinweis:* Informieren Sie sich über die Octave/Matlab Befehle *expm* und *quadv*.

### 6.2 Aufgabe

Sei  $A, B \in \mathbb{R}^{k \times k}$  gegeben mit  $AB = BA$ . Zeigen Sie

$$\exp(A) \exp(B) = \exp(A + B).$$

### 6.3 Aufgabe

Sei  $A \in \mathbb{R}^{k \times k}$  gegeben, sodass ein Eigenwert  $\lambda \in \mathbb{C}$  von  $A$  existiert mit nichttrivialem positiven Realteil, d.h.  $\operatorname{Re}(\lambda) > 0$ . Zeigen Sie, dass der Ruhepunkt 0 des dynamischen Systems  $x' = Ax$  instabil ist.

### 6.4 Aufgabe

Betrachten Sie das dynamische System

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y(t) \\ x(t) \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass der Ruhepunkt 0 des Systems stabil aber nicht asymptotisch stabil ist.

---

Abgabe der Lösungen: Dienstag, den 02.07.2019, 12.15 Uhr in der Vorlesung.

---

Die Aufgabenblätter und weitere Hinweise finden Sie unter  
[http://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Gew.Diff-Gleich\\_2019/](http://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Gew.Diff-Gleich_2019/).