

Übungen zum Vorkurs Blatt 2

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie ohne einen Taschenrechner gelöst werden können.

2.1 Summenzeichen und Produktzeichen

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke mithilfe des Summen bzw. Produktzeichens:

- (a) $1 + 2 + 3 + \dots + 17$ (b) $0 + 2 + 4 + 6 + \dots + 24$
 (c) $6 + 7 + 9 + 10 + 12 + 13 + \dots + 36 + 37$ (d) $1 + 3 + 5 + \dots + 2k + 1$
 (e) $2 \cdot x + 4 \cdot x + 6 \cdot x + \dots + 42 \cdot x$ (f) $1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 45$
 (g) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{27}}$ (h) $2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot n$

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke mithilfe des Pluszeichens $+$ bzw. mithilfe der Multiplikation \cdot :

- (i) $\sum_{j=1}^4 52^j$ (j) $\sum_{k=-10}^0 k^2$ (k) $\prod_{k=2}^n k^2$ (l) $\prod_{m=20}^n \frac{n}{m}$ (m) $\sum_{i=1}^j \frac{j}{x \cdot i}$
 (n) Verschieben Sie den Startindex der folgenden Summe auf 7: $\sum_{i=1}^n i^2$

2.2 Ausmultiplizieren

Multiplizieren Sie die folgenden Terme aus:

- (a) $(x - 2) \cdot (x - 1)$ (b) $(x - y)^2 \cdot (x + 1)$ (c) $(x - a)^2 \cdot (x^2 - x + 1)$
 (d) $(f - j^2)^2$ (e) $(\frac{1}{2} \cdot y^2 - \frac{3}{x}) \cdot (x^2 + \frac{1}{y})$ (f) $(x^3 - a^1) \cdot (m^2 - \frac{1}{42})$
 (g) $(a + b)^3$ (h) $(a - b)^3$ (i) $(a + b)^4$

2.3 Wurzeln und Potenzen

Berechnen Sie die folgenden Zahlen:

- (a) $\sqrt{49}$ (b) $81^{\frac{1}{4}}$ (c) $196^{-\frac{1}{2}}$ (d) $(-27)^{\frac{1}{3}}$ (e) $144^{\frac{3}{2}}$

Bearbeiten Sie die folgenden Brüche so, dass im Nenner keine Wurzelausdrücke mehr stehen:

- (f) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (g) $\frac{\sqrt{8}}{2 + \sqrt{7}}$ (h) $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x - 1}}$ (i) $\frac{x^2 + 2 \cdot x + y}{3 - \sqrt{42 - y + x^2}}$

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke

- (j) $x^2 \cdot y^2$ (k) $x^2 \cdot x^{\frac{7}{2}} \cdot y$ (l) $a^{-\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot x^7$ (m) $(a \cdot x)^{27} \cdot a^2$

- (n) Fertigen Sie eine Skizze der Wurzeloperation $\sqrt{\cdot}$ in einem kartesischen Koordinatensystem an.

2.4 Quadratische Gleichungen

Bestimmen Sie alle möglichen reellen x , die die folgenden Gleichungen lösen:

- (a) $x^2 - 3 \cdot x + 2 = 0$ (b) $2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + \frac{1}{2} = 0$ (c) $x^2 - \frac{2}{5} \cdot x + 20 = 0$
 (d) $x^4 - x^2 - 6 = 0$ (e) $x^2 + 2 \cdot x - a \cdot x = 2 \cdot a$ (f) $x^2 + 4 \cdot x + a^2 + 4 = 0$
 (g) $x^3 - x^2 - 2 \cdot x = 0$

2.5 Knobelaufgabe

Überlegen Sie sich, dass der Satz von Vieta korrekt ist: Falls x_1 und x_2 Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + p \cdot x + q = 0$ sind, so gilt

$$p = -x_1 - x_2, \quad \text{und} \quad q = x_1 \cdot x_2.$$

Die Aufgaben finden Sie unter

https://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Vorkurs_21_22/.