

Übungen zum Vorkurs Blatt 3

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie ohne einen Taschenrechner gelöst werden können.

3.1 Logarithmen berechnen

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

(a) $\log_2 16$ (b) $\log_3 27$ (c) $\log_8 2$ (d) $\log_{213} 1$ (e) $\log_3 \frac{1}{9}$
 (f) $\log_{\frac{1}{4}} 2$ (g) $\log_{25} 5$ (h) $\log_4 \sqrt{2}$ (i) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$ (j) $\log_3 \frac{3^{\frac{5}{2}}}{27}$

3.2 Gleichungen lösen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

(a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2 \cdot x} = 5$ (b) $3^{2 \cdot x} + 6 \cdot 3^x = -5$ (c) $\log_{(x^2)} 4 = 2$
 (d) $\frac{e^x}{2^{-x}} = \log_2 8$ (e) $2 \cdot e^x + 3 = \frac{2}{e^x}$ (f) $\log_2 x + \log_2(4 \cdot x) = 4$
 (g) $\ln \frac{y}{2 \cdot x} = e^y$ (h) $\frac{3}{\log_2 x} - 7 = y$

3.3 Ungleichungszeichen im Beispiel

Füllen Sie für \square entweder $<$, $>$, \leq , \geq oder $=$ ein:

(a) $2 \square 4$ (b) $\log_3 2 \square 1$ (c) $(x-1)^2 \square 0$ (d) $\frac{2}{3} \square \frac{7}{8}$
 (e) $x^2 + 2 \cdot x \square -4$ (f) $\sqrt{7} \square \sqrt{42}$ (g) $3^{\frac{1}{2}} \square \frac{9}{5}$ (h) $\log_{\frac{1}{2}} 7 \square 5$

3.4 Ungleichungen lösen

Welche reellen x erfüllen die folgenden Ungleichungen?

(a) $2^x < 3^{x-10}$ (b) $\log_3(x+y) > e^y$ (c) $|x-1| > 2$

3.5 Knobelaufgaben

- (a) Überlegen Sie sich, dass die folgende Aussage korrekt ist: Für alle reellen x, y gilt

$$x \cdot y \leq \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}.$$

- (b) Verschärfen Sie die Aussage aus (a) zur Young'schen Ungleichung: Für alle reellen x, y und alle $\varepsilon > 0$ gilt

$$x \cdot y \leq \frac{\varepsilon}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{2 \cdot \varepsilon} \cdot y^2.$$

Die Aufgaben finden Sie unter

https://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Vorkurs_21_22/.