

Übungen zum Vorkurs Blatt 4

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie ohne einen Taschenrechner gelöst werden können.

4.1 Teilmengenbeziehungen

Füllen Sie für \square entweder \subset , \supset , $=$ oder \neq ein und begründen Sie ihre Wahl:

- (a) $\{2, 3, 5\} \square \{1, 2, 4, 3, 5, 8\}$ (b) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ gerade}\} \square \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4 \cdot k, k \in \mathbb{N}\}$
 (c) $[2, 3] \square (2, 4]$ (d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = y^2, y \in \mathbb{R}\} \square (0, \infty)$
 (e) $\{r \in \mathbb{Q} \mid 0 < r \leq 1\} \square (0, 1]$ (f) $\{z \in \mathbb{Z} \mid z > 0\} \square \mathbb{N}$.

4.2 Mengenoperationen

Berechnen Sie die folgenden Mengen:

- (a) $\{2, 5\} \cup \{8, 2, 9\}$ (b) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\} \cup \{z \in \mathbb{Q} \mid z \geq 0\}$ (c) $[2, 5] \cup (3, 10]$
 (d) $\{2, 3\} \cap \{1, 3\}$ (e) $(0, 2) \cap [\sqrt{2}, \sqrt{4}]$ (f) $(\frac{4}{5}, \frac{8}{9}) \cap (\frac{1}{2}, \frac{8}{7})$
 (g) $\{3, 7, 9\} \setminus \{1, 4, 7\}$ (h) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\} \cup (\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\})$ (i) $[\log_2(8), 3] \setminus \{3\}$
 (j) $[\log_3 2, \frac{7}{5}) \setminus (\frac{1}{2}, \log_4 16)$ (k) $[0, 1]^c$

4.3 Lösungsmengen

Berechnen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, welche die folgenden Gleichungen/Ungleichungen lösen:

- (a) $\frac{x^2}{5} + 2 \cdot x = -5$ (b) $x^2 + \frac{2}{3} \leq \frac{1}{4}$ (c) $2^x \geq \frac{1}{2}$
 (d) $(x - 2) \cdot (5 - x) \leq 0$ (e) $|x - 3|^2 \geq 9$ (f) $\log_y(x^2) = \frac{2}{7}$
 (g) $2^{2 \cdot x} - 2^x \leq 12$

4.4 Mengendiagramm zeichnen

Skizzieren Sie die folgenden beiden Mengen, wobei gelten soll $A, B \subset M$.

$$(i) M \setminus (A \cap B), \quad (ii) (M \setminus A) \cup (M \setminus B)$$

Welche Beziehung besteht zwischen den beiden Mengen?

4.5 Knobelaufgaben

Definieren Sie für zwei Mengen $A, B \subset \mathbb{R}$ eine Addition, d.h.

$$A + B := ?,$$

sodass für alle Teilmengen $A \subset \mathbb{R}$ gilt $A + \{0\} = A$. Skizzieren Sie Ihre Operation in einem Beispiel.

Die Aufgaben finden Sie unter

https://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Vorkurs_21_22/.