

Übungen zum Vorkurs Blatt 6

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie ohne einen Taschenrechner gelöst werden können.

6.1 Grenzwerte

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x}{2x - 10x^4} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(x))^2 - \sin(x)}{(\sin(x))^2 - 1} \quad (d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log_2(x) + 5}{\log_2(x+7)}$$

6.2 Stetige Abbildungen

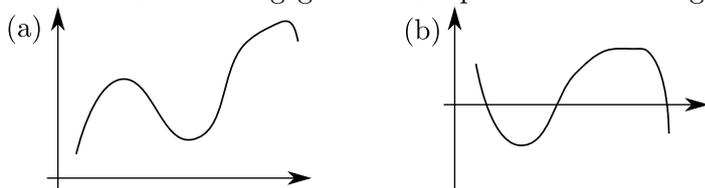
Entscheiden Sie welche der folgenden Abbildungen stetig sind und geben Sie ggfs. alle Unstetigkeitsstellen an:

$$(a) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases} \quad (b) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1 \\ 5, & x = -1 \end{cases}$$

$$(c) f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\cos(x)}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (d) f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \ln(x), & x > 0 \\ -\ln(-x), & x < 0 \end{cases}$$

6.3 Ableitungen und Graphen

Skizzieren Sie zu den gegebenen Graphen die Ableitung.



6.4 Differenzierbarkeit

Ist die Abbildung

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} |x|^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

bei $x_0 = 0$ differenzierbar? Berechnen Sie ggfs. $f'(0)$.

6.5 Knobelaufgabe

Überlegen Sie sich, dass für eine differenzierbare Abbildung $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ der Ausdruck

$$x \mapsto f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

eine gute Näherung von f in der Nähe von x_0 ist. In welcher Größenordnung ist der zu erwartende Fehler? Fertigen Sie eine Skizze der Situation an.

Die Aufgaben finden Sie unter

https://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Vorkurs_21_22/.