

Übungen zum Vorkurs Blatt 7

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie ohne einen Taschenrechner gelöst werden können.

7.1 Ableitungen berechnen

Berechnen Sie die Ableitung für die folgenden Abbildungen

- (a) $f(x) = 5 \cdot x^4$ (b) $g(y) = y^2 + y^4 + \frac{1}{y}$ (c) $v \mapsto \ln(v) + e^v + \cos(v)$
 (d) $x(j) = e^{\sin(j)}$ (e) $f \mapsto f^2 \cdot \frac{1}{\sin(f)}$ (f) $f(x) = x \cdot \ln(x)$.
 (g) $f(x) = \arctan(x) = \tan^{-1}(x)$ (h) $f(y) = x^2$

7.2 Grenzwerte berechnen

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\sin(x)}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\cos(x) - (x + 1)^2}$ (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$
 (d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(x)$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\tan(x)}$ (f) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^{(z^2)} - 1}{(\sin(x))^2}$

7.3 Extremwerte bestimmen

Bestimmen Sie alle Extremstellen, sowie deren Art, der nachfolgenden Abbildungen:

- (a) $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x^2 - 2}{x + 1}$ (b) $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = (\ln(x))^2 - 2 \cdot \ln(x)$
 (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(x)$

7.4 Knobelaufgabe

Überlegen Sie sich, dass für alle $x > 0$ gilt

$$x \cdot \ln(x) \geq -\frac{1}{e}.$$

Die Aufgaben finden Sie unter

https://www.math.uni-tuebingen.de/user/eichmann/Lehre/Vorkurs_21_22/.