Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra 1

https://www.math.uni-tuebingen.de/de/forschung/algebra/lehre/winter-2526/lina1

Prof. Dr. Jürgen Hausen

Fachbereich Mathematik
Arbeitsbereich Algebra

Wintersemester 2025/26

Blatt 1

Abgabe: Mittwoch, den 22.10.2025, 18:00 Uhr

⊛ **Aufgabe 1.** Verifiziere die folgenden Äquivalenzen mit Hilfe von Wahrheitstafeln:

$$\begin{aligned}
A \text{ oder } B &\iff B \text{ oder } A,\\
\text{nicht } (A \text{ oder } B) &\iff (\text{nicht } A) \text{ und } (\text{nicht } B),\\
A \text{ und } (B \text{ oder } C) &\iff (A \text{ und } B) \text{ oder } (A \text{ und } C),\\
A \text{ oder } (B \text{ und } C) &\iff (A \text{ oder } B) \text{ und } (A \text{ oder } C).
\end{aligned}$$

Aufgabe 2. Formuliere gemäß Bemerkung 1.1.4 die Negation für folgende Aussagen:

(i) Für jede ganze Zahl x gilt: $x < 1$ oder x teilt 15.

(ii) Es gibt eine ganze Zahl a, sodass $a \mid 8$ und $a > 3$ gilt.

(iii) Für jede ganze Zahl a gibt es eine ganze Zahl b, sodass $a + b = 0$ gilt.

(iv) Es gibt eine ganze Zahl a, sodass für jede ganze Zahl b gilt $a + b = b$.

(v) Für je zwei ganze Zahlen a, b gilt genau dann $a \geq b$ und $b \geq a$, wenn $a = b$ gilt.

Aufgabe 3. Finde ein Beispiel für eine Menge X und Teilmengen $A, B, C \subseteq X$, sodass folgendes gilt:

$$A \cap B \neq \emptyset, \qquad A \cap C \neq \emptyset, \qquad B \cap C \neq \emptyset, \qquad A \cap B \cap C = \emptyset.$$

Aufgabe 4. Es sei X eine Menge und es seien Teilmengen $A, B, C \subseteq X$ gegeben. Zeige:

$$\begin{aligned}
X \setminus (X \setminus A) &= A,\\
(A \setminus B) \cup (B \setminus A) &= (A \cup B) \setminus (A \cap B),\\
A \setminus (B \setminus C) &= (A \setminus B) \cup (A \cap C).
\end{aligned}$$

Die mit ⊛ gekennzeichnete Aufgabe ist zur sorgfältigen schriftlichen Ausarbeitung vorgesehen und wird mit 0–4 Punkten bewertet. Für das Vorrechnen einer Aufgabe in der Übungsgruppe gibt es jeweils einen Punkt für die Studienleistung.