

Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Montag, 03/11/2008, 12:00

Aufgabe Nummer 12 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nur von den Fernstudenden zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 9: Für zwei reelle Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ definieren wir die Abbildung

$$f_{a,b} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \mapsto a \cdot x + b.$$

Welche der folgenden Mengen sind Untergruppen von $(\text{Sym}(\mathbb{R}), \circ)$?

a. $U = \{f_{a,b} \mid a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$,

b. $V = \{f_{a,1} \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$.

Aufgabe 10: Sei (G, \cdot) eine Gruppe. Zeige, daß die Menge

$$Z(G) := \{g \in G \mid g \cdot h = h \cdot g \quad \forall h \in G\}$$

eine Untergruppe von G ist.

Aufgabe 11: Es sei (G, \cdot) eine Gruppe und $g \in G$. Ist die Menge $\{g^n \mid n > 0\}$ endlich, so gibt es ein $n > 0$ mit $g^n = e_G$.

Aufgabe 12: Zeige, die Menge

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, (a, b) \neq (0, 0) \right\}$$

ist eine Untergruppe von $(\text{Gl}_2(\mathbb{R}), \cdot)$.