Torsten Schatz Sommersemester 2002

Einführung in die Logik

Übungsblatt 3

(1) *Ein König hat einen Gefangenen in einen Turm gesperrt. Der Gefangene soll den Löwen zum Fraß vorgeworfen werden. Doch der König gibt ihm eine letzte Chance.*
Der Raum, in dem sich der Gefangene befindet, hat zwei Türen. Die eine führt in die Freiheit, die andere direkt in den Löwenkäfig. Vor jeder Tür steht ein Wärter. Der eine sagt immer die Wahrheit, während der andere immer lügt. Der Gefangene weiß weder, welche Türe wohin führt, noch welcher Wärter die Wahrheit sagt. Er bekommt aber die Chance, einem der Wärter eine einzige Frage zu stellen, um in die Freiheit zu gelangen.

Wenn Sie der Gefangene wären, welche Frage würden Sie stellen?

Hinweis: Man kann die Aufgabe lösen, indem man eine geeignete aussagenlogische Verknüpfung der beiden Fragen:

(A) „Sagen Sie die Wahrheit?“

(B) „Führt diese Türe in den Löwenkäfig?“

verwendet.

(3 Punkte)

(2) (i) Zeigen Sie, dass jede kontingente Aussage erfüllbar ist.

(ii) Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass nicht jede erfüllbare Aussage kontingent ist.

(1 Punkt)

(3) Formalisieren Sie diese Folgerungsbehauptungen und zeigen Sie durch Wahrheitstafeln, dass sie korrekt sind:

(i) *Wenn die Verbindung zwischen Wörtern und ihrer Bedeutungen von Natur aus gegeben ist, dann sprechen alle Menschen dieselbe Sprache. Nur sprechen nicht alle Menschen dieselbe Sprache. Wenn die Verbindung zwischen Wörtern und ihren Bedeutungen nicht von Natur* *aus gegeben ist, dann ist sie eine Sache der Konvention. Also ist die Verbindung zwischen Wörtern und ihren Bedeutungen eine Sache der Konvention.*

(ii) *Wenn es Gerechtigkeit in diesem Leben gibt, dann besteht kein Bedürfnis für ein Leben nach dem Tod. Wenn es andererseits keine Gerechtigkeit in diesem Leben gibt, dann haben wir keinen Grund zu der Annahme, Gott sei gerecht: Wenn wir aber keinen Grund zu dieser Annahme haben, dann auch nicht zu der Annahme, Gott habe für uns ein Leben nach dem Tode vorgesehen. Deshalb besteht kein Bedürfnis für ein Leben nach dem Tode, oder wir haben keinen Grund zu der Annahme, Gott habe für uns ein solches Leben vorgesehen.*

(4 Punkte)

(4) (i) Seien $\varphi, \psi_1, \ldots, \psi_n$ aussagenlogische Formeln, wobei $\psi_1, \ldots, \psi_n$ erfüllbar sind.

Zeigen Sie: Wenn $\psi_1, \ldots, \psi_n \models \neg\varphi$ gilt, dann gilt $\psi_1, \ldots, \psi_n \not\models \varphi$.

(ii) Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass die Umkehrung der Behauptung aus (i) nicht gilt.

(2 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 14. Mai 2002