Prof. Dr. Ulrich Felgner | Sommersemester 2002

Mathematische Logik

Übungsblatt 5

(1) Geben Sie einen ausführlichen Beweis des *Korrektheitssatzes* (Satz 6.3 der Vorlesung) für den Fall der Regel (R 6).

(1 Punkt)

(2) Zeigen Sie die Gültigkeit des folgenden *Kettenschlusses*:

Wenn $\Sigma \vdash \varphi \rightarrow \psi$ und $\Delta \vdash \psi \rightarrow \theta$, dann $\Sigma, \Delta \vdash \varphi \rightarrow \theta$.

(2 Punkte)

(3) Seien φ und ψ $\mathcal{L}$-Ausdrücke. Geben Sie eine Herleitung für den folgenden Ausdruck:

$$\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow \neg\varphi).$$

(3 Punkte)

(4) Sei φ ein $\mathcal{L}$-Ausdruck. Geben Sie eine Herleitung für den folgenden Ausdruck:

$$\vdash \neg((\varphi \rightarrow \varphi) \rightarrow \neg(\varphi \rightarrow \varphi)).$$

Hinweis: Man kann Aufgabe (3) verwenden.

(3 Punkte)

(5) Sei Σ eine Menge von $\mathcal{L}$-Ausdrücken. Zeigen Sie, dass Σ genau dann widerspruchsvoll ist, wenn es einen $\mathcal{L}$-Ausdruck φ mit $\Sigma \vdash \neg(\varphi \rightarrow \varphi)$ gibt.

(1 Punkt)

Abgabe: Mittwoch, den 29. Mai 2002.