Prof. Dr. Ulrich Felgner Sommersemester 2002

Mathematische Logik

Übungsblatt 7

(1) Geben Sie eine Sprache $\mathcal{L}$ der 1. Stufe an, in der man den Begriff des $\mathbb{R}$-Vektorraums beschreiben kann. (2 Punkte)

(2) Zeigen Sie, dass die folgenden Quantoren mittels $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \longleftrightarrow, \forall, \exists$ ausgedrückt werden können:

(i) *Es gibt mindestens zwei Objekte, welche die Eigenschaft φ haben.* (1 Punkt)

(ii) *Es gibt höchstens zwei Objekte, welche die Eigenschaft φ haben.* (1 Punkt)

(iii) *Es gibt genau zwei Objekte, welche die Eigenschaft φ haben.* (1 Punkt)

(3) Zeigen Sie, dass für beliebige $\mathcal{L}$-Formeln φ und ψ und beliebige $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathfrak{M} = \langle M, \ldots \rangle$ gilt:

(i) $\mathfrak{M} \models \varphi \wedge \psi \quad \Longleftrightarrow \quad (\mathfrak{M} \models \varphi$ und $\mathfrak{M} \models \psi)$.

(ii) $\mathfrak{M} \models \varphi \longleftrightarrow \psi \quad \Longrightarrow \quad (\mathfrak{M} \models \varphi$ genau dann, wenn $\mathfrak{M} \models \psi)$.

(iii) $(\mathfrak{M} \models \varphi$ oder $\mathfrak{M} \models \psi) \quad \Longrightarrow \quad \mathfrak{M} \models \varphi \vee \psi$.

Geben Sie Beispiele an, die zeigen, dass weder in (ii) noch in (iii) die Umkehrung gilt. (5 Punkte)

(*) Betrachten Sie die folgenden Aussagen A und B und verifizieren Sie auf empirischem Wege, dass die Bi–Implikation $A \longleftrightarrow B$ wahr ist.

A: „Die Fachschaft Mathematik veranstaltet am 13. Juni 2002 ab 17 Uhr zwischen C– und D–Bau ihr jährliches Grillfest."

B: „Die Fachschaft Physik veranstaltet am 13. Juni 2002 ab 17 Uhr zwischen C– und D–Bau ihr jährliches Grillfest."

(2 Bier & 1 Grillwurst[1])

Abgabe: Mittwoch, den 12. Juni 2002.

[1] Allerdings nur gegen Bezahlung :-)