Prof. Dr. Ulrich Felgner Sommersemester 2002

Mathematische Logik

Übungsblatt 9

(1) Sei φ eine $\mathcal{L}$-Formel. Ist die Formel

$$\forall v\,(\varphi \to \varphi) \to (\varphi \to \forall v\,\varphi)$$

eine Tautologie? (1 Punkt)

(2) Geben Sie für die folgenden $\mathcal{L}$-Formeln logisch–äquivalente Formeln in pränexer Normalform an:

(i) $\forall v_0\,(\forall v_1 : v_1 = v_0 + v_2 \to \exists v_1 : v_1 + v_2 = v_0)$,

(ii) $\forall v_0\,(\forall v_1\,\exists v_2 : v_1 + v_3 = v_0 + v_2 \to \exists v_2\,\forall v_0 : v_1 + v_2 = v_0 + v_2)$.

(2 Punkte)

(3) Sei φ eine $\mathcal{L}$-Formel. Zeigen Sie:

$$\vdash \forall v_0\,\forall v_1\,\varphi \to \forall v_1\,\forall v_0\,\varphi$$

(3 Punkte)

(4) Seien φ und ψ $\mathcal{L}$-Formeln. Zeigen Sie:

(i) $\vdash \forall v\,(\varphi \to \psi) \to (\forall v\,\varphi \to \forall v\,\psi)$, (3 Punkte)

(ii) $\vdash \forall v\,(\varphi \to \psi) \to (\exists v\,\varphi \to \exists v\,\psi)$. (1 Punkt)

Abgabe: Mittwoch, den 26. Juni 2002.