

Übungen zur Mathematischen Logik II

Blatt 8

- (31) Zeigen Sie für beliebige Terme t_1, t_2 der Sprache \mathcal{L}_{DPA} , daß die Formel $t_1 \neq t_2$ mit einer R-Formel logisch-äquivalent ist.
(*Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß $v_0 = t_1$ mit einer R-Formel logisch-äquivalent ist.*)
(3 Punkte)
- (32) Sei $R \subseteq \mathbb{N}$ eine unendliche, rekursiv-aufzählbare Relation. Zeigen Sie, dass R eine unendliche, rekursive Teilmenge besitzt.
(3 Punkte)
- (33) Zeigen Sie: $\langle \mathbb{N}, \dots \rangle \models \text{Wid}(DPA) \Leftrightarrow DPA$ ist widerspruchsfrei.
(4 Punkte)

ZUSATZAUFGABEN (FÜR DIE WEIHNACHTSFERIEN)

- (34) Zeigen Sie, daß es zu jeder existentiellen \mathcal{L}_{DPA} -Formel Φ eine R-Formel Δ gibt mit folgenden Eigenschaften:
(a) Φ und Δ haben dieselben freien Variablen.
(b) $\models \Phi \leftrightarrow \Delta$
(2 Punkte)
- (35) Geben Sie eine R-Formel Φ an, die die Exponentiation $\exp(x, 0) = 1$, $\exp(x, n + 1) = x \cdot \exp(x, n)$ in DPA repräsentiert.
(2 Punkte)

Abgabe: Am Montag, dem 15. Januar 2007, in der Vorlesung.