

## Mathematik II für Biologen

Übungsblatt 11 (Abgabe am 02.06.2008)

---

### Aufgabe 37

(10 Punkte)

→ Bitte bearbeiten Sie diese Aufgabe ohne MATLAB o.ä., Taschenrechner ist o.k. ←

Der Fettgehalt der Milch von neun verschiedenen Kühen derselben Rasse beträgt in Prozent

4,59 4,48 4,21 4,24 4,45 4,35 4,08 4,03 4,63.

Testen Sie mit einem z-Test unter der Annahme, dass die "wahre" Standardabweichung  $\sigma$  des Fettgehaltes 0,2 beträgt, auf dem 5%-Niveau die Nullhypothese, dass der "wahre" mittlere Fettgehalt  $\mu = 4,22\%$  ist gegenüber den Alternativen

- (i)  $\mu \neq 4,22\%$
- (ii)  $\mu > 4,22\%$ .

Geben Sie hierbei die konkrete Formel für die Teststatistik an, deren Verteilung unter Annahme der Nullhypothese, den jeweiligen Verwerfungsbereich, den beobachteten Wert der Teststatistik und das jeweilige Testergebnis. Geben Sie außerdem jeweils das zugehörige 95%-Vertrauensintervall für  $\mu$  an.

### Aufgabe 38

(10 Zusatzpunkte)

Die folgende Tabelle enthält die Gewichte von 10 Braunviehkühen in kg direkt vor dem Alpauftrieb und in der vierten Alpwoche. (Quelle: R. E. Messikommer. Schätzung des Futterverzehr von Kühen auf der Alpweide. Diss. ETH 8282)

	Mona	Britta	Roswita	Nora	Palme	Sorina	Elbe	Gallina	Carla	Grille
vor der Alpung	634	576	603	516	535	550	556	646	560	664
in der 4. Alpwoche	565	545	541	489	514	538	516	595	528	635
Gewichtsabnahme										

- a) Bestimmen Sie ein beidseitiges 95%-Vertrauensintervall  $[a; b]$  im Sinne eines z-Tests für die erwartete Gewichtsabnahme. Nehmen Sie dazu an, dass die Gewichtsabnahmen der einzelnen Kühe unabhängig voneinander und identisch normalverteilt sind und dass die tatsächliche (theoretische) Standardabweichung  $\sigma$  gleich der empirischen Standardabweichung ist.
- b) Leiten Sie daraus ein 95%-Vertrauensintervall her für die Wahrscheinlichkeit  $p$ , dass die Kuh Karoline, die auch auf der Alp ist, aber nicht gewogen wurde, zugenommen hat. (Anleitung: Berechnen Sie dazu zu den beiden Extremwerten  $a$  und  $b$  jeweils das zugehörige  $p$ . Diese beiden Werte bilden die Grenzen des Vertrauensintervalls für  $p$ .)
- c) Bestimmen Sie das 95%-Vertrauensintervall für die in (b) genannte Wahrscheinlichkeit  $p$  im Sinne eines zweiseitigen Binomialtests. (Bitte keine Faustregel anwenden, da  $n = 10$  zu klein ist.)

### Aufgabe 39

(10 Zusatzpunkte)

Die bereits aus Aufgabe 35 bekannte Datei `fishy.dat` enthält in der ersten Spalte die Länge (in cm), in der zweiten Spalte das Gewicht (Einheit leider unbekannt) und in der dritten Spalte den DDT-Gehalt (in ppm) von  $n = 96$  Welsen, die im Tennessee River in Alabama, USA, gefangen wurden.

- a) Testen Sie mit Hilfe eines zweiseitigen
  - (i) Vorzeichen-Tests,
  - (ii)  $z$ -Tests,ob die Daten mit der Annahme verträglich sind, dass das durchschnittliche Gewicht  $\mu$  eines Welses aus diesem Fluss gleich 920 ist. Bestimmen Sie auch jeweils ein 95%-Vertrauensintervall für  $\mu$ . Nehmen Sie hierbei für den  $z$ -Test an, dass die theoretische ("wahre") Standardabweichung  $\sigma$  gleich 250 ist.
- b) Damit man einen  $z$ -Test überhaupt anwenden darf<sup>6</sup>, sollten die Daten halbwegs durch eine Normalverteilung beschrieben werden können. Zeichnen Sie, um diese Annahme zu überprüfen,
  - (i) einen Q-Q-Plot (siehe Aufgabe 10) der Gewichtsdaten und
  - (ii) die (empirische kumulative) Verteilungsfunktion der Daten zusammen mit der (theoretischen kumulativen) Verteilungsfunktion der Normalverteilung, wobei Sie als Parameter der Normalverteilung (Erwartungswert und Varianz) die aus den Daten geschätzten empirischen Entsprechungen (Mittelwert und empirische Varianz) nehmen.  
HINWEIS: MATLAB erwartet als drittes Argument von `normpdf` die Standardabweichung, OCTAVE dagegen die Varianz.Zeichnen Sie auch die entsprechenden Diagramme für die DDT-Werte.<sup>7</sup> Welcher der beiden Datensätze lässt sich demnach besser durch eine Normalverteilung beschreiben? Warum?
- c) Wieviel Welse müsste man insgesamt fangen und wiegen, damit das 95%-Vertrauensintervall für den  $z$ -Test der gemessenen Gewichte weniger als 50 lang ist, vorausgesetzt,  $\sigma$  ist weiterhin gleich 250?

MATLAB-Code (unvollständig):

```
>> load fishy.dat
>> gewicht=fishy(:,2)
>> [h,pwert,vi]=ztest(gewicht,920,250) % siehe help ztest
>> qqplot(gewicht)
>> cdfplot(gewicht)
>> a=min(gewicht);b=max(gewicht);x=a:(b-a)/100:b;
>> hold on
>> plot(x,normcdf(x,???,???) % siehe help normcdf
>> hold off
```

---

<sup>6</sup>Das gleiche gilt für  $t$ -Tests.

<sup>7</sup>Hier lohnt es sich von Hand geeignete Achsenabschnitte zu wählen, um die Daten beurteilen zu können; MATLAB-Befehl `axis([??? ??? -Inf Inf])` (siehe MATLAB-Hilfe) oder durch Klicken.