

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 08.05.2008)

Aufgabe 11

(10 Punkte)

Zeigen Sie: $(U(n), \cdot)$ mit

$$U(n) = \left\{ U \in \mathbb{C}^{n \times n} \mid \overline{U}^T U = I \right\}$$

und der Matrixmultiplikation \cdot ist eine Gruppe.

Aufgabe 12

(10 Punkte)

Zeigen Sie: Ist $U \in \mathbb{C}^{n \times n}$ unitär und gilt

$$U\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

für ein $\vec{x} \in \mathbb{C}^n$, $\vec{x} \neq \vec{0}$, so folgt: $|\lambda| = 1$.

Aufgabe 13

(10 Punkte)

Bestimmen Sie für die folgenden Matrizen alle Eigenwerte mit zugehörigen Eigenvektoren.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 14

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}, \quad \phi \in \mathbb{R}.$$