

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 9 (Abgabe am 19.06.2008))

Aufgabe 30

(10 Punkte)

- a) Ist $y + xy^2 - e^{xy} = 0$ in einer Umgebung von (x_0, y_0) mit $x_0 = 0$ und geeignetem y_0 nach $y = f(x)$ auflösbar? Berechnen Sie ggf. auch $f'(0)$.
- b) In der Umgebung welcher Punkte definiert

$$12y^5 - 20xy^3 + 5x^4 = 0$$

eine Funktion $y = f(x)$? Bestimmen Sie dort $f'(x)$.
(Das Ergebnis darf $f(x)$ weiterhin enthalten.)

Aufgabe 31

(10 Punkte)

Zeigen Sie, daß sich das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}y_1 + \cos(y_1 y_2) &= y_2 x_1 + 1 \\ \sin y_1 &= x_2 + y_2\end{aligned}$$

in einer Umgebung von $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (0, -1, 0, 1)$ nach $\vec{y} = f(\vec{x})$, d.h.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{pmatrix},$$

auffösen lässt, und berechnen Sie $f'(0, -1)$.

Aufgabe 32

(10 Punkte)

Für welche \vec{x} ist die Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1 \sin x_2 \cos x_3 \\ x_1 \sin x_2 \sin x_3 \\ x_1 \cos x_2 \end{pmatrix}$$

lokal umkehrbar? Berechnen Sie auch $f^{-1}'(1, 0, 0)$.

Aufgabe 33

(10 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = xy$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$ auf Extrema, d.h. stellen Sie eine geeignete Lagrangefunktion auf, und berechnen Sie alle potentiellen Extremstellen. Können Sie feststellen, ob es sich Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt?