

## Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 13 (Abgabe am 17.07.2008)

---

### Aufgabe 47

(10 Zusatzpunkte)

- Sei  $X \sim \text{Bin}(n, p)$ . Bestimmen Sie  $\text{Var}(X)$ .
- Sei  $X \sim \text{Pois}(\lambda)$ . Bestimmen Sie  $\text{Var}(X)$ .
- Sei  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Bestimmen Sie  $E(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .  
HINWEIS: Sie dürfen  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$  (siehe Skript (12.25)ff) als bekannt voraussetzen. Bei  $\text{Var}(X)$  hilft außerdem partielle Integration.

### Aufgabe 48

(10 Zusatzpunkte)

Die Zufallsvariable  $X$  beschreibe die Dauer von Handy-Gesprächen eines Teenagers.  $X$  habe die Dichte ( $t$  in Minuten gemessen)

$$f_X(t) = \begin{cases} ce^{-t/5} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- Bestimmen Sie die Konstante  $c$  so, daß  $f_X$  tatsächlich eine Dichte ist.
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $X$ .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gespräch
  - länger als 5 Minuten dauert?
  - zwischen 5 und 6 Minuten dauert?
  - genau 6 Minuten dauert?
- Bestimmen Sie  $E(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .

### Aufgabe 49

(10 Zusatzpunkte)

Sie würfeln einmal mit einem (fairen) 20er Würfel und bestimmen so den Wert der Zufallsvariablen  $X_1$  (d.h.  $X_1(\Omega) = \{1, 2, \dots, 20\}$ ). Erhalten Sie beim ersten Wurf eine 1, so würfeln Sie nochmals mit demselben Würfel und bestimmen so den Wert von  $X_2$ . Für  $2 \leq X_1 \leq 12$  würfeln Sie mit einem (fairen) 6er Würfel und bestimmen so den Wert von  $X_2$ . In allen anderen Fällen ( $X_1 \geq 13$ ) würfeln Sie nicht noch einmal – der Wert von  $X_2$  ist dann Null.

- Sind  $X_1$  und  $X_2$  stochastisch unabhängig? Falls nicht, geben Sie ein Gegenbeispiel an.
- Berechnen Sie  $P(X_2=5)$ ,  $P(X_2 \geq 2)$  sowie  $E(X_2)$ .