

Zusatzblatt zu „Mathematik für Physiker 2“

1. (4 Punkte)

a) Sei \mathbb{K} ein Körper und $A = (a_{ij}) \in \text{Mat}_3(\mathbb{K})$. Zeigen Sie die Regel von Sarrus:

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

b) Zeigen Sie, dass die Sarrus-Regel für $n = 4$ nicht mehr gilt.

2. (4 Punkte) Berechnen Sie die Determinante folgender Matrix $A \in \text{Mat}_4(\mathbb{Q})$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. (4 Punkte) Seien $k, l \in \mathbb{N}$, \mathbb{K} ein Körper, $A \in \text{Mat}_k(\mathbb{K})$, $B \in \text{Mat}(k, l; \mathbb{K})$ und $C \in \text{Mat}_l(\mathbb{K})$. Zeigen Sie, dass für die folgende Blockmatrix gilt:

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix} = \det(A) \det(C).$$

4. (4 Punkte) Sei \mathbb{K} ein Körper, $n \in \mathbb{N}$ und $\sigma \in \mathcal{S}_n$ eine Permutation. die zugehörige Permutationsmatrix $A(\sigma) = (a_{ij}) \in \text{Mat}_n(\mathbb{K})$ wird dadurch definiert, dass man $a_{i\sigma(i)} = 1$ und $a_{ij} = 0$ für $j \neq \sigma(i)$ setzt ($i = 1, \dots, n$). Zeigen Sie:

$$\det(A(\sigma)) = \text{sgn}(\sigma).$$

Abgabe: Freitag, 27.07.2012, 9 Uhr in der Vorlesung