

SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 9 vom 26.06.13 - Abgabe am 3.07.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Die Funktion f sei auf $[u,v]$ definiert. Geben Sie eine Definition für: f ist an der Stelle a aus $[u,v]$ differenzierbar.

b) Skizzieren Sie einen Graphen der Funktion und untersuchen Sie die Funktion auf Differenzierbarkeit im Definitionsbereich.

$$\text{I. } f(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1 \\ x^2; & x > 1 \end{cases}; D = \mathbb{R} \quad \text{II. } f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 1; & x \leq 1 \\ (x-1)^2 + 2; & x > 1 \end{cases}; D = \mathbb{R} \quad \text{III. } f(x) = \sqrt{x-1}; x \geq 1.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Im Unterricht soll die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ mithilfe des Differenzenquotienten in der „h-Form“ $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ bis zum Ergebnis $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ hergeleitet werden.

Führen Sie dies durch und stellen Sie die Herleitung wie in einem übersichtlichen Tafelbild so dar, dass die einzelnen Schritte für den Schüler sichtbar sind und Schwierigkeiten nicht „versteckt“ werden. Bezeichnen Sie die algebraischen Schritte mit Fachbegriffen.

Tipp: Führen Sie dies auch in der „x-Form“ $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ aus.

Weitere in der Schule behandelte Beispiele: $f(x) = x^2$ und $f(x) = \sqrt{x}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Ein Körper hat nach der Zeit t den Weg $f(t) = t^2$ zurückgelegt (t in s; $f(t)$ in m).

a) Ist die Schüleraussage zum Differenzenquotienten $\frac{f(5)-f(3)}{5-3}$ im Kontext der Aufgabe sachlich richtig, präzise und nicht missverständlich? Verbessern Sie gegebenenfalls.

1. Im Zeitraum zwischen 3 s und 5 s hat der Körper die Geschwindigkeit $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. In der Zeit zwischen 3 s und 5 s überwindet der Körper die gleiche Strecke, wie er sie in 2 s mit der konstanten Geschwindigkeit $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zurückgelegt hätte.

b) Beurteilen Sie entsprechend wie in Teilaufgabe a) die Schüleraussage zur Ableitung $f'(3)$:

1. Der Körper hat die Geschwindigkeit $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. Würde sich der Körper so wie im Zeitpunkt 3 s weiterbewegen, dann würde er in den nächsten 2s den Weg 12 m zurücklegen.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Die Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ beschreibe die Herstellungskosten (in €) für x (in m^2) Wohnfläche. Was bedeutet $f'(80) = 1200$ in diesem Kontext?

b) Die Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ beschreibe die Einkommenssteuer für x (x in €; $f(x)$ in €) zu versteuerndes Einkommen. Was bedeutet $f'(40\,000) = 0,3$ in diesem Kontext?

c) Die Funktion A mit $A(r) = \pi \cdot r^2$ beschreibt den Inhalt des Kreises mit Radius r .

Veranschaulichen Sie den Differenzenquotienten von A im Intervall $[r; r+h]$ und die Ableitung $A'(r)$.