

**SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 6 vom 14.05.14 - Abgabe am 21.05.14**

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Informieren Sie sich für diese Aufgabe in einem Lehrbuch. A und B seien Aussagen.

a) Füllen Sie die Wahrheitstafel für die angegebenen Verknüpfungen  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$  aus und geben Sie die Namen für die Verknüpfungen an.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
w	w					
w	f					
f	w					
f	f					

b) Geben Sie zwei Möglichkeiten von

Verknüpfungen unter Verwendung von  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$  für „entweder A oder B“ an.

c) Was bedeuten die Begriffe **Tautologie** und **Kontradiktion**? Prüfen Sie, ob einer dieser Begriffe zutrifft auf I.  $A \vee \neg A$  II.  $A \wedge \neg A$  III.  $(A \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$  IV.  $\neg(\neg A \vee \neg B)$ .

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Zwei Aussagen C und D heißen **äquivalent**, wenn ihre Wahrheitswerte bei jeder Art von Belegung der Elementaraussagen übereinstimmen. Man schreibt dann:  $C \Leftrightarrow D$ .

a) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel:  $A \Rightarrow B$  ist zum **Umkehrsatz**  $B \Rightarrow A$  nicht äquivalent. Ist der Satz *Sind die Vektoren  $u, v, w$  linear abhängig, dann kann man jeden der Vektoren als Linearkombination der beiden anderen schreiben* wahr? Ist der Umkehrsatz wahr? (Mit Beweis)

b) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel:  $A \Rightarrow B$  ist zur **Kontraposition**  $\neg B \Rightarrow \neg A$  äquivalent. Zeigen Sie mit Kontraposition (\*) *Ist  $m^2 + 6m + 4$  ungerade, so ist  $m$  ungerade* ( $m \in \mathbb{Z}$ ). Ist der Umkehrsatz zu (\*) wahr? (Mit Beweis)

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

a) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel:  $[\neg A \Rightarrow (B \wedge (\neg B))] \Rightarrow A$  ist eine Tautologie

b) Zeigen Sie durch Beweis mit Widerspruch:  $\sqrt{5}$  ist keine Bruchzahl.

c) Zeigen Sie  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  für alle  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a \geq 0$  und  $b \geq 0$  durch Beweis mit Widerspruch.

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Die Festlegung der Wahrheitswerte für die Implikation  $A \Rightarrow B$  ist nicht unmittelbar einsichtig. Man kann diese Festlegung an einem Beispiel erarbeiten.

Beispiel: **A:** Morgen bin ich gesund **B:** Ich gehe morgen mit euch ins Kino.

Die folgenden Formulierungen spiegeln die Aussage  $A \Rightarrow B$  jeweils in Worten wieder.

**1. Formulierung:** Entweder bin ich morgen gesund und dann gehe mit euch ins Kino, oder ich bin morgen nicht gesund.

**2. Formulierung:** Morgen bin ich krank oder ich bin gesund und gehe mit euch ins Kino.

a) Schreiben Sie jede Formulierung als Verknüpfung von A und B ohne Verwendung von  $\Rightarrow$ .

b) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel, dass jede Formulierung äquivalent zu  $A \Rightarrow B$  ist.