

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 11 (Abgabe am 18.01.2010)

---

### Aufgabe 48

(10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktionen

$$\begin{aligned}f_1(x) &= e^{\sqrt{1+x^3}}, \\f_2(x) &= 5^x, \\f_3(x) &= \log(\log(x)) \quad \text{und} \\f_4(x) &= \sqrt{1+3x} \sin^2(x).\end{aligned}$$

### Aufgabe 49

(10 Punkte)

Sie messen eine Größe  $x$  mit einer bestimmten Genauigkeit, d.h. Ihr Messwert ist mit einem (absoluten) Fehler  $\delta x$  behaftet. Aus der Messgröße bestimmen Sie rechnerisch den Wert einer weiteren Größe  $y = f(x)$  wobei Ihnen die Funktion  $f$  bekannt ist. Für den (absoluten) Fehler  $\delta y$ , der Größe  $f$  wurde in der Vorlesung die Abschätzung  $\delta y = f'(x) \cdot \delta x$  angegeben. Sei der Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  nun durch ein Potenzgesetz gegeben, d.h.  $f(x) = x^\alpha$ ,  $\alpha \neq 0$  fest ( $x > 0$ ). Drücken Sie den relativen Fehler von  $y$ , d.h.  $\frac{\delta y}{y}$  als Funktion von  $\frac{\delta x}{x}$  aus.

### Aufgabe 50

(10 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe der Kettenregel, der Produktregel und der Ableitung von  $x \mapsto 1/x$  die Quotientenregel

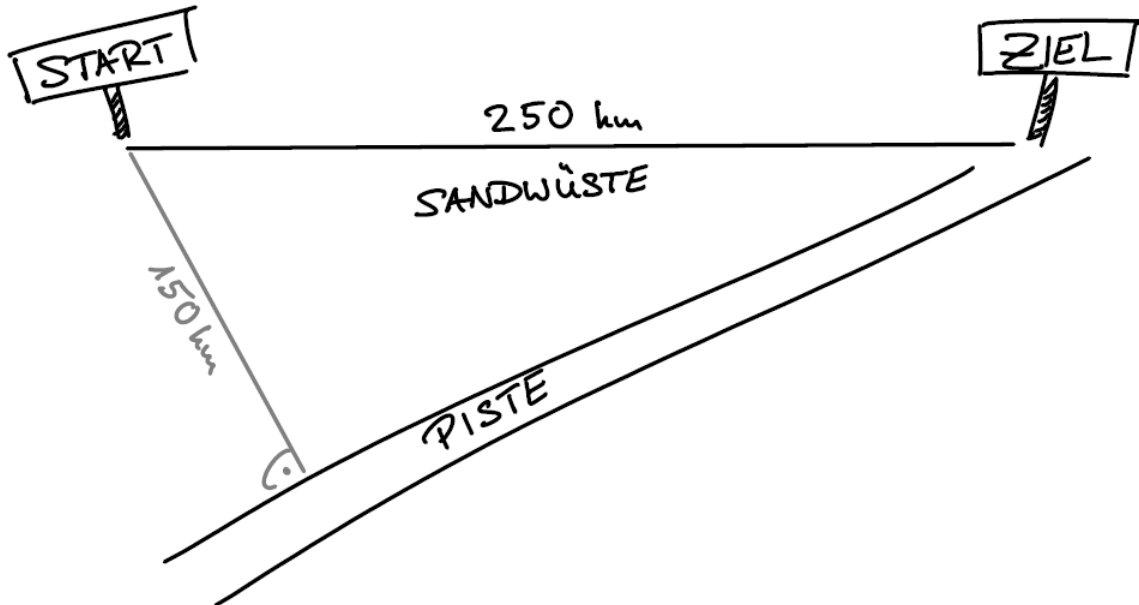
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}.$$

Berechnen Sie damit die Ableitung von  $x \mapsto \tan x$  und drücken Sie das Ergebnis einmal mit Hilfe von  $\cos$  und einmal mit Hilfe von  $\tan$  aus! Berechnen Sie nun außerdem die Ableitung der arctan-Funktion; benutzen Sie dabei den Satz über die Ableitung der Umkehrfunktion aus der Vorlesung.

### Aufgabe 51

(10 Punkte)

Ein Rallyeteam steht vor der Planung einer Wüstenetappe. Das Ziel ist 250 km vom Start entfernt. Der direkte Weg führt durch die Sandwüste, wo das Fahrzeug des Teams 60 km/h fahren kann. In 150 km Entfernung vom Startort verläuft eine Piste geradlinig auf das Ziel zu (siehe Skizze). Auf dieser Piste kann das Rallye-Fahrzeug 100 km/h fahren. Die Route zum Ziel darf von jedem Team frei gewählt werden.



- Welche Route sollte das Team wählen, um so schnell wie möglich ans Ziel zu gelangen? Wie lange braucht das Fahrzeug in diesem Fall?
- Kurz vor dem Start erfahren die Teilnehmer, dass die Piste in wesentlich schlechterem Zustand ist als erwartet. Man wird dort wohl nicht die üblichen 100 km/h sondern lediglich 70 km/h erreichen. Welche Route sollte nun gewählt werden?