Fibonacci-Zahlen

$F_1 = N$ (Kaninchen)

$F_2 = N$

$F_3 = F_2 + F_1 = 2N$

$F_4 = F_3 + F_2 = 2N + N = 3N$

$F_5 = 5N$, $F_6 = 8N$, $F_7 = 13N$ ...

exponentielles Wachstum

$$G_t = \alpha\, G_{t-1}$$
$$= \alpha^2 G_{t-2}$$
$$\vdots$$
$$= \alpha^t G_0$$

G_0 — Anfangsgröße

z.B. $G_0 = 1$, $\alpha = 2$ $\Rightarrow$ $G_t = 2^t$

t	0	1	2	3	4	5	...
G_t	1	2	4	8	16	32	...

Bsp: Sparbuch

$G_0 , \quad \alpha = 1{,}03$

$\uparrow$ 3% Zinsen

$G_1 = (1{,}03) \cdot G_0 , \quad G_2 = (1{,}03)^2 G_0$

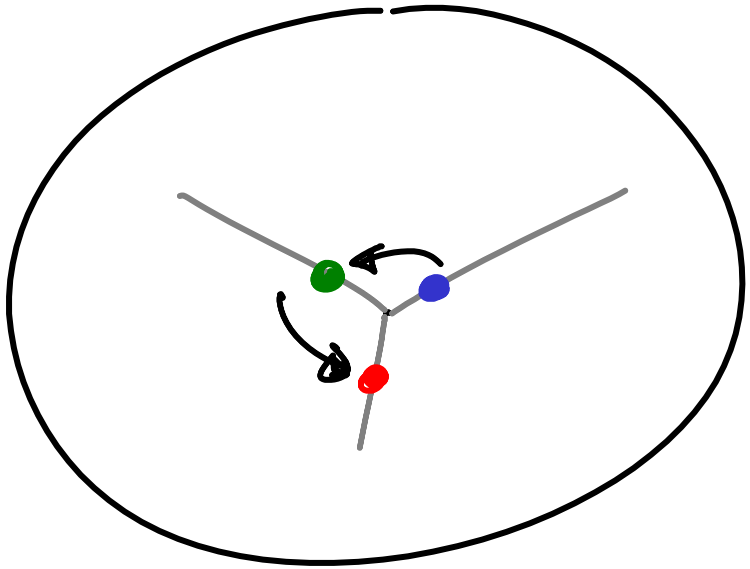
$(\ldots)$

$G_t = (1{,}03)^t G_0$

Fülle Blütenstand mit Samen

1. Samen

2. Samen etwas weiter außen und um feste ∡ vorgerückt



3. Samen: gleiche Regel wie oben

arithmetische Progression

$A_0 = 0, \quad \beta = 2$

$$A_t = 0 + t \cdot 2 = 2t$$

nichtneg. gerade Zahlen: $0, 2, 4, 6, 8, \ldots$

Bsp Girokonto

$A_0, \; p = 850\,€/_{\text{Monat}} - 700\,€/_{\text{Monat}} = 150\,€/_{\text{Monat}}$

Guthabe im Monat t:

$$A_t = A_0 + t \cdot 150\,€/_{\text{Monat}}$$

in Monate

$$[A_t] = € = [A_{t-1}]$$

$$[\beta] = €/\text{Monat}$$

$$A_t = A_{t-1} + \beta \cdot \underbrace{\Delta t}_{\text{versteckte Zeiteinheit}}$$

$$\Delta t = 1 \text{ Monat}$$

zeitl. veränderlicher Wachstumsfaktor
(geom. Progression)

$$G_t = \alpha_t \, G_{t-1}$$
$$= \alpha_t \, \alpha_{t-1} \cdot G_{t-2}$$
$$= \alpha_t \, \alpha_{t-1} \, \alpha_{t-2} \cdot G_{t-3}$$
$$= \alpha_t \cdot \alpha_{t-1} \cdot \ldots \cdot \alpha_1 \cdot G_0$$
$$= \left(\prod_{s=1}^{t} \alpha_s \right) \cdot G_0 \qquad , \; t \in \mathbb{N}$$

Produkt, großes π (Pi)

$$G_t = \left(\prod_{s=1}^{t} \alpha_s\right) \cdot G_0$$

$$\overset{!}{=} \bar{\alpha}^{\,t} \cdot G_0$$

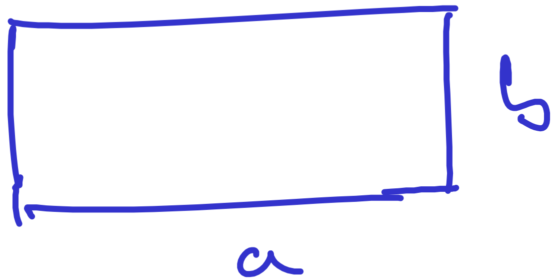
$$\Rightarrow \quad \bar{\alpha} = \sqrt[t]{\prod_{s=1}^{t} \alpha_s} = \left(\prod_{s=1}^{t} \alpha_s\right)^{1/t}$$

angenommen, wir kennen nur G_0 und G_t:

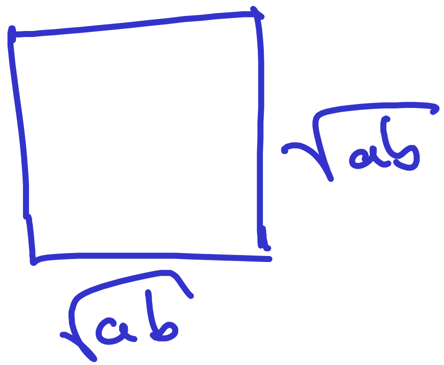
$$\bar{\alpha} = \sqrt[t]{\prod_{\cdots} \cdots} = \sqrt[t]{G_t / G_0}$$

geom. Mittel von $a, b > 0$: $\sqrt{ab}$

Rechteck



Quadrat gleicher Fläche



hat Kantenlänge $\sqrt{ab}$

Bsp Schiff

- die erste 300 km fährt es mit 20 km/h

  braucht also

  $$\frac{300\,km}{20\,km/h} = 15\,h$$

- die zweite 300 km ... mit 30 km/h

  braucht also

  $$\frac{300\,km}{30\,km/h} = 10\,h$$

<u>insgesamt</u>: 600 km in 25 h

Durchschnittsgeschw. $\frac{600\,km}{25\,h} = 24\,km/h$

$\neq \frac{30+20}{2}\,km/h$, $\neq \sqrt{30 \cdot 20}\,km/h$

25 24,5

$$\bar{v} = \frac{2}{\frac{1}{20\,km/h} + \frac{1}{30\,km/h}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}}\ km/h$$

$$= \frac{2400}{60 + 40}\ km/h = 24\ km/h$$