

136c

$$\begin{pmatrix} L_{t+1} \\ N_{t+1} \end{pmatrix} = W \begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix}$$

↑
2x2 Matrix

".. Anzahl Laub- & Nadelbäume bleibt von Jahr zu Jahr konstant..."

$$\begin{pmatrix} L_{t+1} \\ N_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix}$$

$= W \begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix}$ (von oben)

d.h. wir suchen $\begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix}$, so dass

$$W \begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_t \\ N_t \end{pmatrix} \quad \text{ist LGS}$$

W war

$$W = \begin{pmatrix} 0,9644 & 0,0143 \\ 0,0356 & 0,9857 \end{pmatrix}$$

LGS

$$0,9644 \cdot L_t + 0,0143 N_t = L_t \quad | - L_t$$

$$0,0356 \cdot L_t + 0,9857 N_t = N_t \quad | - N_t$$

$$-0,0356 \cdot L_t + 0,0143 \cdot N_t = 0$$

$$0,0356 \cdot L_t - 0,0143 \cdot N_t = 0$$

$$\Rightarrow L_t = \frac{0,0143}{0,0356} N_t = \frac{143}{356} N_t$$

außerdem gilt $L_t + N_t = \underline{\underline{22\,000}}$

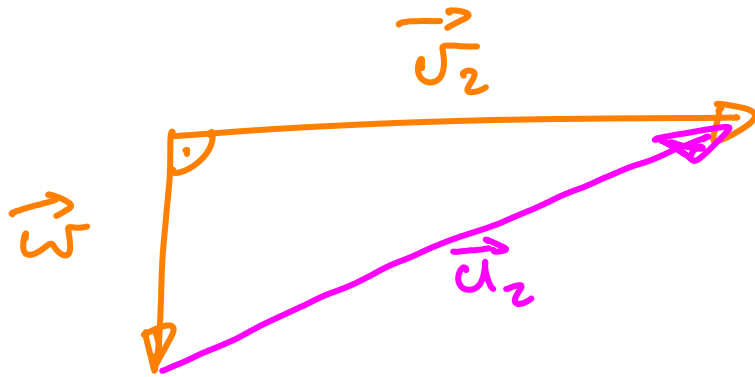
$$L_t + N_t = \frac{143}{356} N_t + 1 \cdot N_t = \underline{\underline{\frac{499}{356} \cdot N_t}}$$

$$N_t = 22\,000 \cdot \frac{356}{499}$$

Zur Vogel Aufgabe

\vec{u}_1 (Vektor)

$|\vec{u}_1| = u_1$ (Betrag des Vektors \vec{u}_1)



$$\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = \vec{u}_2$$

hier $|\vec{u}_1|^2 + |\vec{u}_2|^2 = |\vec{u}_2|^2$

Nachklausur 08/09, Aufgabe 3

$$l \ddot{\varphi} = -g \varphi$$

$$\varphi(t) = c \sin(\omega t) \quad (*)$$

Berechne zunächst Ableitungen:

$$\dot{\varphi} = c \omega \cos(\omega t)$$

$$\ddot{\varphi} = c \omega^2 (-\sin(\omega t))$$

Einsetzen:

$$l \cdot \underline{c} \omega^2 (-\underline{\sin(\omega t)}) = -g \cdot \underline{c} \underline{\sin(\omega t)} \quad | : c \sin(\omega t)$$

$$-l \omega^2 = -g \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

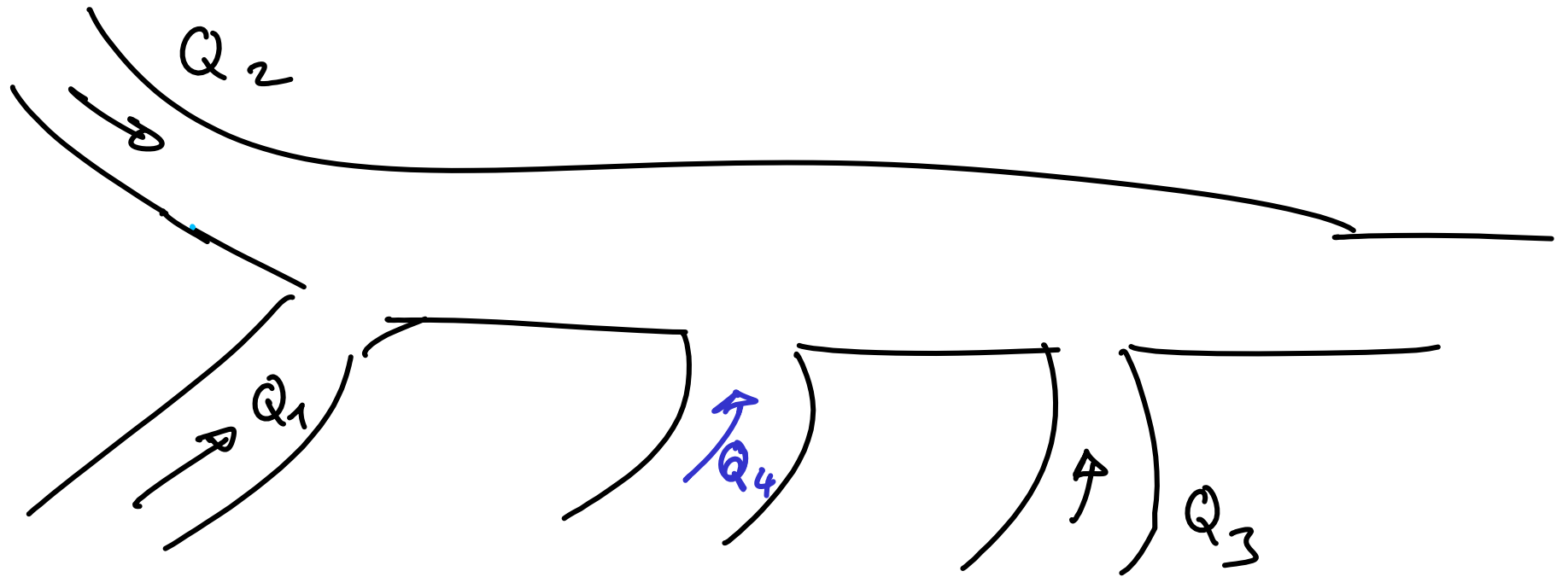
$-\sqrt{\frac{g}{l}}$ wäre auch eine Lösung der Gln, aber in der Aufgabe stand $\omega > 0$

Für welches c gilt $\varphi\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = \frac{\pi}{50}$?

Setze $\frac{\pi}{2\omega}$ in (*) ein:

$$\varphi\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = c \underbrace{\sin\left(\cancel{\omega} \cdot \frac{\pi}{\cancel{2\omega}}\right)}_{=1} = c \stackrel{!}{=} \underline{\underline{\frac{\pi}{50}}}$$

Flüsse aus Übung



b)

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 &= Q_{\text{ges}} \\ C_1^{\text{Na}^+} \cdot Q_1 + C_2^{\text{Na}^+} Q_2 + C_3^{\text{Na}^+} Q_3 + C_4^{\text{Na}^+} Q_4 &= C_{\text{ges}}^{\text{Na}^+} Q_{\text{ges}} \\ C_1^{\text{NO}_3^-} \cdot Q_1 + C_2^{\text{NO}_3^-} Q_2 + C_3^{\text{NO}_3^-} Q_3 + C_4^{\text{NO}_3^-} Q_4 &= C_{\text{ges}}^{\text{NO}_3^-} Q_{\text{ges}} \end{aligned}$$

Teile durch Q_{ges} , nenne $\frac{Q_j}{Q_{\text{ges}}} =: x_j$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$C_1^{\text{Na}^+} \cdot x_1 + C_2^{\text{Na}^+} x_2 + C_3^{\text{Na}^+} x_3 + C_4^{\text{Na}^+} x_4 = C_{\text{ge}}^{\text{Na}^+}$$

$$C_1^{\text{NO}_3^-} \cdot x_1 + C_2^{\text{NO}_3^-} x_2 + C_3^{\text{NO}_3^-} x_3 + C_4^{\text{NO}_3^-} x_4 = C_{\text{ge}}^{\text{NO}_3^-}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 150 & 100 & 50 & 50 & 100 \\ 15 & 60 & 45 & 15 & 45 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ 1:50 \\ 1:15 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} -3 \\ 1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} -3 \\ 1 \end{array} \right] \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \begin{array}{l} (-1) \\ (-1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -6 & -6 & -1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ \downarrow \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ (-1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 6 & 1 \end{array} \right)$$

$$(i) \ x_4 = t, \quad x_3 = \frac{1-6t}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{2}t \quad (ii)$$

$$(iii) \ x_2 = 1 - 2t - 2\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}t\right) = \frac{1}{2} + t$$

$$(iv) \ x_1 = 1 - t - \left(t + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}t\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}t$$

Welche Werte kann t annehmen?

(i) $\Rightarrow t > 0$ (sonst $x_4 < 0$ und damit $Q_4 < 0$)

(ii) $\Rightarrow t < \frac{1}{6}$ (sonst $Q_3 < 0$)

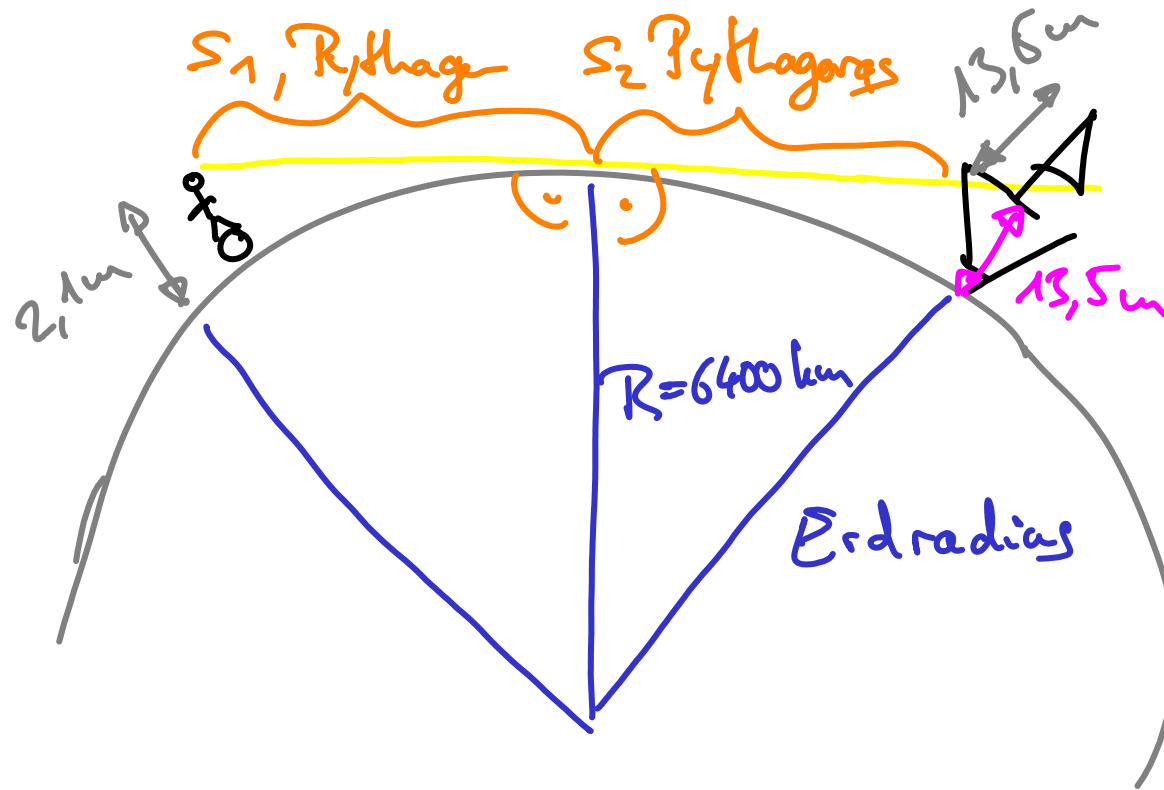
(iii) $\Rightarrow t > -\frac{1}{2}$

(iv) $\Rightarrow t < \frac{1}{2}$

d.h. $0 < t < \frac{1}{6}$

d.h. $x_4 < \frac{1}{6}$ und $Q_4 < \frac{1}{6} \cdot 8700 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Horizont, Schiff, Wasser etc



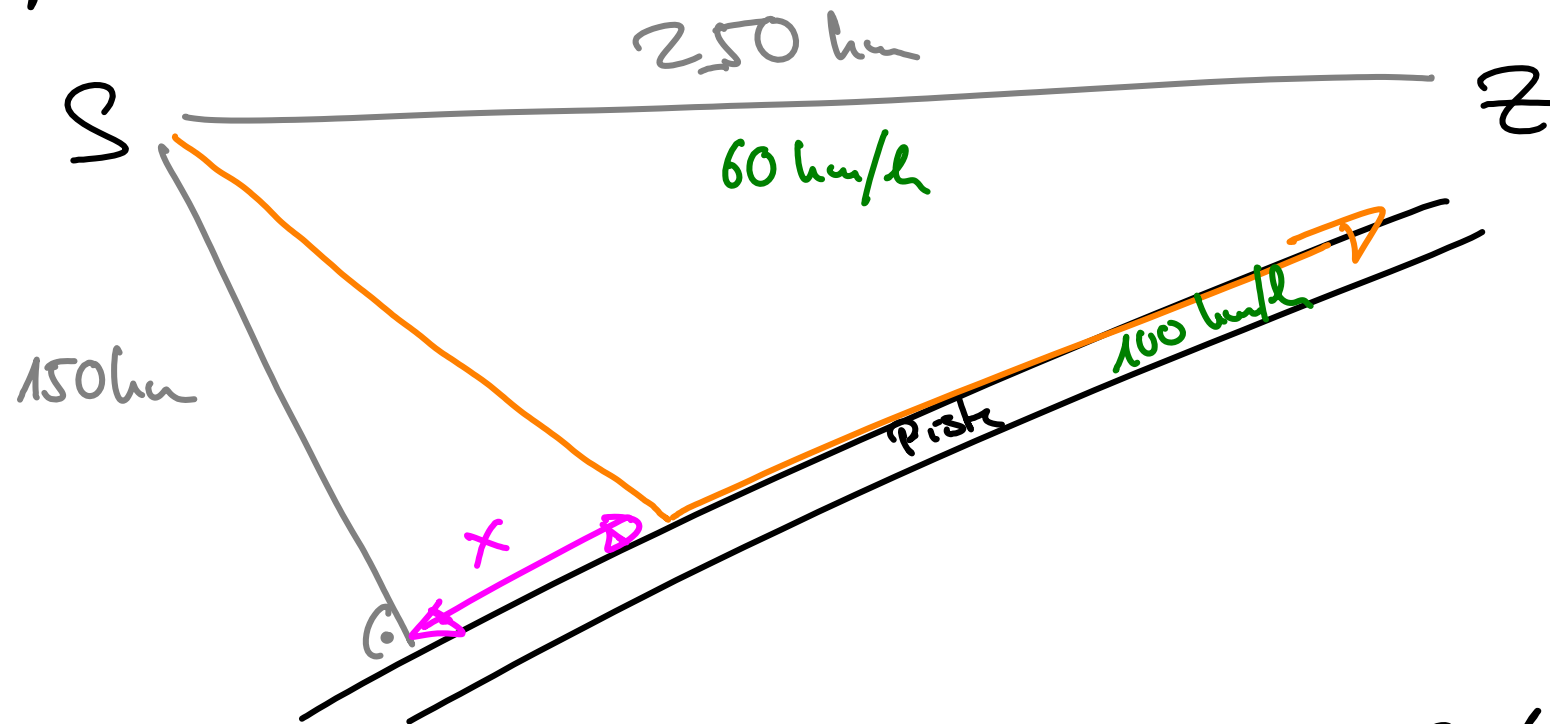
$$S_1^2 + R^2 = (R + 2,1\text{m})^2, \quad S_2^2 + R^2 = (R + 13,5\text{m})^2$$

übrigens

$$S_1^2 + \cancel{R^2} = \cancel{R^2} + 2 \cdot 2,1\text{m} \cdot R + \underbrace{(2,1\text{m})^2}_{\text{winzig}}$$

$$\Rightarrow S_1 \approx \sqrt{2 \cdot 2,1\text{m} \cdot R}$$

Rallye



Wie lange braucht id bis zur Piste? (an d. Stelle x)

$$\frac{\sqrt{(150 \text{ km})^2 + x^2}}{(60 \text{ km/h})}$$

Wie lange noch auf der Piste?

$$\left(\frac{\sqrt{(250 \text{ km})^2 - (150 \text{ km})^2} - x}{(100 \text{ km/h})} \right)$$

Gesamtzeit: Summe der beiden

Klausur, Erdbeben

$y := \log n$ ist aufgetragen über M

Gerade $y = aM + b$

bestimme a und b aus Diagramm
(oder hier besser aus MATLAB)

$$\log n = aM + b \quad | \exp(\dots)$$

$$n = e^{aM + b} = e^b \cdot e^{aM}$$

aus MATLAB-Code: $b = 17$, $a = -2$

$$\text{also } n(M) = e^{17} \cdot e^{-2M}$$

Elch

aufgenommener Energieinhalt:

$$0,5x + 0,4 \cdot y \quad \cong$$

aufgenommener Natriuminhalt:

$$0,1 \cdot y \quad \cong$$

Magervolumen - Randbedingung

$$5x + 10y \quad \cong$$

das braucht der
Elch mindestens

2

0,1

40

mehr passt
nicht in seine
Bauch