

Mathematik I

für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 11 (Abgabe freiwillig bis 12.01.2015)

Aufgabe 52

(10 Zusatzpunkte)

Der Weihnachtsmann ist mit seinem fliegenden Rentierschlitten eilig unterwegs. Auf der Strecke von Island nach Schottland tobt ein Sturm mit Windgeschwindigkeit 95km/h aus südlicher Richtung. Rentier Rudolph hält exakt Kurs, so dass sich der Schlitten genau nach Südosten bewegt, wobei er eine Geschwindigkeit von 180km/h über Grund erreicht. Dabei bewegt er sich mit seiner Maximalgeschwindigkeit gegenüber der umgebenden Luft.

- a) Wie groß ist diese Maximalgeschwindigkeit?

HINWEIS: Wählen Sie ein Koordinatensystem dessen x_1 -Achse nach Osten und dessen x_2 -Achse nach Norden zeigt. Bezeichnen Sie mit \vec{v}_1 den Vektor der Fluggeschwindigkeit (über Grund), mit \vec{w}_1 den Vektor der Windgeschwindigkeit und mit \vec{u}_1 den Geschwindigkeitsvektor gegenüber der umgebenden Luft (alles in km/h). Geben Sie \vec{v}_1 und \vec{w}_1 an und bestimmen Sie daraus zunächst \vec{u}_1 und dann $|\vec{u}_1|$.

- b) Aus welcher Richtung weht Rudolph auf dem Weg von Island nach Schottland der Wind um die Nase? Geben Sie zur Beantwortung dieser Frage den Einheitsvektor in Richtung des von Rudolph gefühlten Winds an.

HINWEIS: Der gesuchte Richtungsvektor hat etwas mit \vec{u}_1 zu tun.

- c) Beim Landeanflug auf das Zentrum von Edinburgh hat der Weihnachtsmann 20km/h Rückenwind (Windrichtung horizontal). Momentan befindet er sich über einem 12km entfernten Vorort in 9km Höhe. Rudolph lenkt so, dass sie sich mit der maximal möglichen Geschwindigkeit geradlinig auf das Ziel zu bewegen. Mit welcher Geschwindigkeit nähert sich das Gespann dem Zentrum von Edinburgh? Wieviel Minuten später schlägt der Schlitten (ungebremst) in Edinburgh auf?

HINWEIS: Wählen Sie ein Koordinatensystem dessen x_1 -Achse Richtung Edinburgh und dessen x_2 -Achse nach oben zeigt. Bezeichnen Sie mit \vec{v}_2 den Vektor der Geschwindigkeit mit der sich der Weihnachtsmann auf Edinburgh zu bewegt, mit \vec{w}_2 den Vektor der Windgeschwindigkeit und mit \vec{u}_2 den Geschwindigkeitsvektor gegenüber der umgebenden Luft (alles in km/h). Es gilt $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2|$ (warum?). Stellen Sie \vec{v}_2 in der Form $\vec{v}_2 = |\vec{v}_2|\vec{e}$ mit einem geeigneten Einheitsvektor \vec{e} dar. Sie erhalten dann eine quadratische Gleichung für das gesuchte $|\vec{v}_2|$.

- d) Frohe Weihnachten!