

Mathematik I

für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 3 (Abgabe am 31.10.2007)

Bitte geben Sie bei Ihren Lösungen stets einen vollständigen Rechenweg und eine verständliche Begründung an. Bitte schreiben Sie in ganzen Sätzen. Abgabe **vor** der Vorlesung.

Aufgabe 10

(10 Punkte)

Ein Elch kann sich aussuchen, welche Menge x (gemessen in Gewicht) er pro Tag an Landpflanzen frisst und welche Menge y an Wasserpflanzen. Eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen liefert 0,4 Energieeinheiten und 0,1 Einheiten Natrium, eine Gewichtseinheit Landpflanzen 0,5 Energieeinheiten und kein Natrium. Allerdings ist seine Wahl durch folgende drei Nebenbedingungen eingeschränkt: Um überleben zu können, muss er mindestens 2 Energieeinheiten pro Tag aufnehmen und mindestens 0,1 Einheiten Natrium. Andererseits hat der Magen nur ein begrenztes Fassungsvermögen von 40 Volumeneinheiten; eine Gewichtseinheit Landpflanzen hat ein Volumen von 5 Einheiten, während eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen ein Volumen von 10 Einheiten hat. Formulieren Sie diese 3 Nebenbedingungen als Ungleichungen, die x und y enthalten. Zeichnen Sie in der xy -Ebene die 3 Nebenbedingungen ein sowie die Region, in der alle drei Bedingungen erfüllt sind! Bestimmen Sie außerdem den Punkt in dieser Region, bei dem die Energieaufnahme maximal ist!

Aufgabe 11

(10 Punkte)

Sie benötigen 20 ml einer Lösung aus 30 % Alkohol und 70 % Wasser, und Sie haben 50 ml einer Lösung aus 40 % Alkohol und 60 % Wasser. Wieviel ml dieser Lösung und wieviel ml Wasser müssen Sie mischen, um die benötigte Lösung zu erhalten? Stellen Sie die relevanten Gleichungen auf und bestimmen Sie daraus die gesuchten Werte!

Aufgabe 12

(10 Punkte)

Ein einfaches Modell für die Form eines Bakteriums ist ein abgerundeter Zylinder, d.h. die Form bestehend aus einem Zylinder (Länge = $2 \mu\text{m}$, Radius = $0,5 \mu\text{m}$) und einer aufgesetzten Halbkugel (Radius = $0,5 \mu\text{m}$) an jedem Ende. Wie lang ist das Bakterium? Berechnen Sie sein Volumen!

Aufgabe 13

(10 Zusatzpunkte)

In der Vorlesung hatten wir (durch Streckung eines Kreises) für eine Ellipse die Gleichung

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad (+)$$

erhalten. Üblicherweise wird die Ellipse als Menge derjenigen Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ definiert, deren Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten (der sogenannten Brennpunkte) einen festen Wert hat. Leiten Sie daraus nochmals wie folgt die Gleichung einer Ellipse her:

- a) Als Brennpunkte wählen wir die Punkte $(e, 0)$ und $(-e, 0)$ mit $e \in \mathbb{R}$. Nennen Sie die Summe der Abstände von (x, y) zu diesen beiden Punkten d , und geben Sie d als Funktion von x und y an!
- b) Geben Sie nun eine Gleichung an, die von allen Punkten (x, y) erfüllt wird, für welche $d(x, y)$ den Wert $2r$ hat!
- c) Formen Sie diese Gleichung so um, daß sie die Form (+) annimmt!
HINWEIS: Um eine Gleichung der Form $A = \sqrt{\text{Wurzel 1}} + \sqrt{\text{Wurzel 2}}$ umzuformen, isolieren Sie zunächst eine Wurzel, quadrieren, vereinfachen ggf., isolieren die verbliebene Wurzel und quadrieren nochmals.
- d) Welche Werte (ausgedrückt durch e und r) nehmen in unserem Fall a und b an?
- e) Für welche Werte von e und r wird die Ellipse ein Kreis?