

## Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

- Stellen Sie die Dezimalzahlen 13 und 24 im 7-er-System dar und addieren und multiplizieren Sie sie schriftlich.
  - Stellen Sie  $\frac{1}{7}$  als Dezimalbruch, als 2-adischen Bruch und als 12-adischen Bruch dar. (Hinweis: Im 12-er-System müssen Sie natürlich für die Dezimalzahlen 10 und 11 zwei neue Ziffern verwenden.)
- Stellen Sie sich vor, Sie seien der Pächter eines Hotels mit abzählbar unendlich vielen (kurz:  $\omega$ ) Betten. Ihre Zimmer seien entsprechend mit 1, 2, 3, usw. durchnummeriert. Nun trifft ein Bus bei Ihnen ein, der  $\omega$  Gäste bringt, welche Sie natürlich problemlos in Ihrem Hotel unterbringen: Gast 1 in Zimmer 1, Gast 2 in Zimmer 2, usw. Nach einer Weile kommt ein Einzelwanderer und fragt, ob Sie noch ein Zimmer frei haben. Natürlich haben Sie das! Nachdem Sie Gast 1 (des Busses) nach Zimmer 2, Gast 2 nach Zimmer 3 usw. verlegt haben, können Sie nämlich dem Einzelwanderer das Zimmer 1 geben. Was machen Sie in den folgenden Situationen:
  - es kommen endlich viele weitere Wanderer;
  - es kommt ein weiterer Bus mit  $\omega$  Gästen;
  - es kommt eine Kolonne von  $\omega$  solchen Bussen;
  - es kommen  $\omega$  solcher Kolonnen?
- Sei  $(a_n)$  eine Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass  $a \in \mathbb{R}$  genau dann ein Häufungspunkt von  $(a_n)$  ist, wenn für alle  $\varepsilon > 0$  unendlich viele Folgenglieder im Intervall  $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$  liegen.
- Sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$  eine Abzählung der rationalen Zahlen und  $a_n = f(n)$ . Zeigen Sie, dass jede reelle Zahl  $a \in \mathbb{R}$  Häufungspunkt der Folge  $(a_n)$  ist.

**Abgabe: Freitag, 18. November 2011, 9 Uhr, in der Vorlesung**