

Mathematik I

für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 4 (Abgabe am 11.11.2013)

Aufgabe 18

(10 Punkte)

Bei einer Tierpopulation verhalte sich die Geburtenrate g (Anzahl Geburten pro Jahr pro Populationsgröße) in Abhängigkeit von der Populationsdichte d (Anzahl Individuen pro Fläche) gemäß $g = 0,5 + 0,2d$, die Sterberate s gemäß $s = 0,3 + 0,4d$. Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch: Für welche d schrumpft die Population, für welche wächst sie, für welche bleibt sie konstant?

Aufgabe 19

(10 Punkte)

Wenn sich etwa 10^8 *E. coli*-Bakterien in der Niere eines Menschen befinden, können sie eine Nierenbeckenentzündung auslösen. Zur Zeit $t = 0$ seien 50 000 *E. coli*-Bakterien in eine Niere gelangt. Hier vermehren sie sich so schnell, dass sich ihre Anzahl alle 20 Minuten verdoppelt (Absterbe- oder Ausscheidungsprozesse seien bereits eingeschlossen). Sei t die Zeit (in Stunden gemessen) und $N(t)$ die Anzahl der Bakterien zur Zeit t .

- Welchen Wert hat $\frac{N(t+1)}{N(t)}$, d.h. um welchen Faktor wächst die Anzahl innerhalb einer Stunde?
- Geben Sie $N(t)$ als Funktion der Form $N(t) = C \cdot \alpha^t$ an.
- Können die Bakterien bereits nach 3 Stunden eine Nierenbeckenentzündung auslösen? Wie sieht es nach 4 Stunden aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 20

(10 Punkte)

In einem See nimmt die Licht-Intensität pro 1m Wassertiefe um 7% ab. Sei $I(x)$ die Intensität in x Metern Tiefe.

- Was bedeutet $I(0)$ in Worten?
- Geben Sie eine Formel für $I(x)$ an. Diese darf den nicht weiter spezifizierten Wert $I(0)$ enthalten.
- Zeichnen Sie die Funktion $\frac{I(x)}{I(0)}$ für $x \in [0, 12]$ (von Hand oder mit MATLAB).
- In welcher Tiefe sind noch ungefähr 50% der Ausgangsintensität übrig?
Lesen Sie den gesuchten Wert z.B. aus Ihrem Diagramm aus Teil (b) ab.

Aufgabe 21²

(10 Punkte)

Plotten Sie die Funktionen $f(x) = x^\alpha$ für $\alpha = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, 3$ in dasselbe Diagramm mit $x \in [0, 1.2]$. Verwenden Sie dabei für die Funktionen mit $\alpha < 1$ gestrichelte Linien und für die mit $\alpha \geq 1$ durchgezogene sowie einen Punktabstand von 0.01.

Beispiel 5: Für einen Datenvektor x zeichnet

```
» plot(x, sin(x), '-')
```

```
» hold on
```

```
» plot(x, cos(x), '--')
```

```
» hold off
```

$\sin x$ und $\cos x$ in dasselbe Diagramm.

²Kennzeichnen Sie bitte ab sofort alle Ihre MATLAB-Abgaben **computergeschrieben** mit Ihrem Namen!

Aufgabe 22

(10 Punkte)

Ein Kreis ist die Menge aller Punkte (x, y) in der Ebene, die von einem gegebenen Punkt (u, v) den gleichen Abstand r haben. Die Menge

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9\} \quad (*)$$

beschreibt also eine Kreislinie und

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + (y - 2)^2 < 9\}$$

das Innere dieses Kreises.

- a) Was ist der Mittelpunkt des Kreises?
- b) Was ist sein Radius?

HINWEIS: Denken Sie an die Definition des euklidischen Abstands aus Vorlesung 2.

Wenn wir Gleichung $(*)$ nach y auflösen, erhalten wir zwei Lösungen. Diese stellen Funktionen $f_{1,2}(x)$ dar, deren Graphen gemeinsam die Kreislinie bilden.

- c) Was ist der Definitionsbereich der beiden Funktionen?
HINWEIS: Unter der Wurzel sollten keine negativen Zahlen auftreten.
- d) Zeichnen Sie nun den Kreis $(*)$ mit MATLAB.
HINWEIS: Denken Sie an den Befehle `hold on` und `hold off` aus Beispiel 5.
- e) Zeichnen Sie mit MATLAB zwei weitere Kreise in das gleiche Diagramm ein. Alle drei Kreise sollen den gleichen Mittelpunkt aber unterschiedliche Radien haben.

Aufgabe 23

(15 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 15.12.13 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Exponent rules*,
- *Fractional exponents 2*,
- *Simplifying radicals*,
- *Adding and subtracting radicals* und
- *Scientific notation*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 2).