Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 30.04.2015)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Geben Sie in Teil (a) auch die Menge aller reellen Lösungen an.

a) $y'' + 2y' + 5y = 0$

b) $y'' + 6y' + 9y = 0$

c) $y'' + 7y' + 10y = 0$

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y'' + 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -6$

b) $y'' + 2y' + 5y = e^{-3x}, \quad y(0) = y'(0) = \frac{1}{8}$

c) $y'' + 7y' + 10y = e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{10}{3}$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Wir betrachten das AWP $y'(x) = 1 - y(x), \quad y(0) = 2$.

- Lösen Sie das AWP (wie in früheren Aufgaben).
- Berechnen Sie alle Picard-Iterierten $y_n(x), n \in \mathbb{N}_0$, für das AWP.
- Bestimmen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x)$ und vergleichen Sie mit Teil (a).

HINWEIS: Berechnen Sie in Teil (b) zunächst, $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ und $y_3(x)$. Raten Sie davon ausgehend, wie $y_n(x)$ aussehen könnte. Beweisen Sie dann Ihre Vermutung.

Aufgabe 9 (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>)

(10 Punkte)

Wir definieren eine Ellipse als die Menge aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die die Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir $(\pm f, 0)$ und als Summe der Abstände $d > 2f$.

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte $(\pm a, 0)$ der Ellipse mit der x -Achse, sowie die Schnittpunkte $(0, \pm b)$ mit der y -Achse. Die Größen a und b heißen Halbachsen der Ellipse.
- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte (x, y) erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter f und d enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (b) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} + \frac{y^2}{\dots} = 1.$$

- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (c), und drücken Sie die Bedingung für die Punkte (x, y) nun durch eine Gleichung aus, die statt f und d nur die Parameter a und b enthält.

Aufgabe 10

(12 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 31.05.15 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Equation of a circle in factored form,*
- *Graphing circles,*
- *Equation of a circle in non-factored form* und
- *Equation of an ellipse.*

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.