Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler Sommersemester 2015

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe 11.06.2015)

Aufgabe 31 (10 Punkte)

Berechnen Sie $\int_{\mathfrak{K}_j} \vec{f}\,\mathrm{d}\vec{x}$, $j = 1, 2$, für

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 2x\cos(x^2+y^2) + z\mathrm{e}^{xz} \\ \mathrm{e}^{-y^2} + 2y\cos(x^2+y^2) \\ x\mathrm{e}^{xz} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{K}_1 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ \cos(2t) \end{pmatrix}, \quad 0 \le t \le 2\pi\,,$$

$$\text{sowie} \quad \mathfrak{K}_2 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos(2\pi t) \\ \sin(2\pi t) \\ \log(1+3t) \end{pmatrix}, \quad 0 \le t \le 1\,.$$

Zeichnen Sie außerdem $\mathfrak{K}_1$.

Aufgabe 32 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $g(x,y) = \frac{\mathrm{e}^{-y}}{1-x^2}$ um $(0,0)$.

b) Bestimmen Sie die Taylorentwicklungen im Ursprung bis einschließlich des quadratischen Terms von $f(x,y,z) = \cosh(z) - \sin(xy) - xz(y-1)^7$ und $g(x,y) = \frac{\mathrm{e}^{-y}}{1-x^2}$.

c) Bestimmen Sie die Taylorreihe um den Punkt $(0,-1,1)$ von

$$h(x,y,z) = z^3 - 3z^2 + x^2 + 4yx + 2y + 4z - 3\,.$$

Hinweis: Sie müssen nicht ableiten.

Aufgabe 33 (20 Punkte)

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktionen

$$f(x,y) = 2x^2 + 8y^2 - (x^4 + y^4) \qquad \text{und} \qquad g(x,y) = (x^4 - x^2)\cos(y)\,,$$

d.h. alle Punkte mit $\nabla f = 0$ (bzw. $\nabla g = 0$). Untersuchen Sie, ob dort Minima, Maxima oder Sattelpunkte vorliegen.