

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 28.04.2016)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Geben Sie in Teil (c) auch die Menge aller reellen Lösungen an.

a) $y'' + 3y' + 2y = 0$

b) $y'' + 4y' + 4y = 0$

c) $y'' + 4y' + 5y = 0$

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y'' + 3y' + 2y = 8, \quad y(0) = 1 = y'(0)$

b) $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}, \quad y(0) = 5, y'(0) = -4$

c) $y'' + 4y' + 5y = \cos(x), \quad y(0) = 5, y'(0) = 0$

Aufgabe 8

(keine Abgabe)

Wir möchten alle Lösungen der DGL¹

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + 2y'' + 2y' + y = 7$$

finden. Dazu betrachten wir zunächst die zugehörige homogene Gleichung und machen den Ansatz

$$y(x) = e^{\lambda x}.$$

- a) Welche Gleichung muss λ erfüllen?
- b) Welche λ lösen diese Gleichung? HINWEIS: $\lambda = i$ ist darunter.
- c) Geben Sie dementsprechend 4 linear unabhängige Lösungen der homogenen Gleichung an.

HINWEIS: Eine doppelte Lösung der Bestimmungsgleichung für λ behandeln Sie wie bei DGLn zweiter Ordnung.

- d) Raten Sie eine Lösung der inhomogenen Gleichung.
- e) Geben Sie die Lösungsmenge der inhomogenen Gleichung an.

¹Zur Erinnerung: $y^{(2)} = y''$

Aufgabe 9 (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>)

(10 Punkte)

Wir definieren eine Ellipse als die Menge aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die die Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir $(\pm f, 0)$ und als Summe der Abstände $d > 2f$.

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte $(\pm a, 0)$ der Ellipse mit der x -Achse, sowie die Schnittpunkte $(0, \pm b)$ mit der y -Achse. Die Größen a und b heißen Halbachsen der Ellipse.
- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte (x, y) erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter f und d enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (b) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} + \frac{y^2}{\dots} = 1.$$

- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (c), und drücken Sie die Bedingung für die Punkte (x, y) nun durch eine Gleichung aus, die statt f und d nur die Parameter a und b enthält.

Aufgabe 10

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 29.05.16 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Features of a circle from its standard equation,*
- *Graph a circle from its standard equation,*
- *Features of a circle from its expanded equation,*
- *Graph a circle from its expanded equation,*
- *Center & radii of ellipses from equation*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 5 (Blatt 1).