

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 1 (Abgabe am 27.04.2017)

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \sin^3 x \, dx$ b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ c) $\int \sin^5 x \, dx$

Aufgabe 2

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie ohne (komplexe) Partialbruchzerlegung: ($a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ beliebig)

a) $\int \frac{dx}{1+x^2}$ b) $\int \frac{x}{1+x^2} \, dx$ c) $\int \frac{ax+b}{x^2+\gamma^2} \, dx$ d) $\int \frac{x}{x^2+4x+5} \, dx$

HINWEIS: Ergänzen Sie in Teil (d) zunächst quadratisch.

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^\infty \frac{7x+4}{x^3+3x^2+2x} \, dx$ b) $\int_1^\infty \frac{3x+1}{x^3+2x^2+x} \, dx$ c) $\int_0^\infty \frac{x^2-4x+2}{(x^2-2x+2)^2} \, dx$

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

- Berechnen Sie $\Gamma(1)$.
- Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s \Gamma(s) \, \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.
- Bestimmen Sie $\Gamma(17)$.
- Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{HINWEIS: Substitution.}$$

Auf der Rückseite gibt's Zusatzpunkte.

Aufgabe 5

(4 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 21.05.17 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Partial fraction expansion* und
- *Integration with partial fractions*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie einen Punkt. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 2 Punkte gut.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- b) Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Partial fraction expansion*). Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- c) Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben.
- d) Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihren/seinen *Class code*, welchen Sie in den Übungsgruppen erhalten. (Wenn Sie vor dem Eintragen des *Class codes* bereits mit Ihrem Account geübt haben, dann wird Ihr Fortschritt auch nachträglich für Ihre(n) Übungsgruppenleiter(in) sichtbar.)