

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 04.05.2017)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y' y - \sin x = 1, \quad y(0) = -2$

b) $y' = (\cos y - e^y) \log x, \quad y(1) = 0$

c) $\frac{y'}{y} = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 3x + 2}, \quad y(0) = 8$

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Berechnen Sie dazu zunächst die Lösungen der jeweiligen homogenen Gleichung. Eine partikuläre Lösung finden Sie dann entweder durch Raten oder durch Variation der Konstanten.

a) $y' + 2y = 17$ b) $y' + 2y = e^{2x}$ c) $y' + 2y = e^{-2x}$ d) $y' + 2y = x^2$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Wir möchten das AWP

$$y' = \frac{1}{2y} - \frac{y}{2x}, \quad y(2) = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

lösen. Dazu definieren wir $u(x) := [y(x)]^2$ und überlegen uns, welche DGL u erfüllen muss. Diese neue DGL können wir lösen, und aus dieser Lösung die Lösung des ursprünglichen AWP's bestimmen.

Aufgabe 9¹ (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>) (10 Zusatzpunkte)

Wir definieren eine Ellipse als die Menge aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die die Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir $(\pm f, 0)$ und als Summe der Abstände $d > 2f$.

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte $(\pm a, 0)$ der Ellipse mit der x -Achse, sowie die Schnittpunkte $(0, \pm b)$ mit der y -Achse. Die Größen a und b heißen Halbachsen der Ellipse.
- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte (x, y) erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter f und d enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (b) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} + \frac{y^2}{\dots} = 1.$$

- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (c), und drücken Sie die Bedingung für die Punkte (x, y) nun durch eine Gleichung aus, die statt f und d nur die Parameter a und b enthält.

Aufgabe 10 (4 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 21.05.17 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Differential equations intro* und
- *Separable equations*.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 5 (Blatt 1).

¹Diese Aufgabe bezieht sich nicht auf den aktuellen Vorlesungsstoff, sondern kann mit elementaren Methoden vollkommen unabhängig von der Vorlesung bearbeitet werden. Wir werden aber im Laufe des Semesters auf diese Aufgabe zurückkommen.