Universität Tübingen, Mathematisches Institut — Sommersemester 2017
Dr. Stefan Keppeler

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe ausnahmsweise bis spätestens **Mi, 14.06.2017, 12:00** in die Mappen vor C6P43)

Aufgabe 32 (10 Punkte)
Bringen Sie die quadratischen Formen in den folgenden Gleichungen auf Hauptachsen und geben Sie an, was für Kegelschnitte die Gleichungen beschreiben.

a) $5x^2 - 6xy + 5y^2 = 8$ b) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = 8$ c) $-3x^2 + 10xy - 3y^2 = 8$

Zeichnen Sie alle drei Kegelschnitte gemeinsam in ein xy-Koordinatensystem.

Aufgabe 33 (10 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(\vec{x}) = \mathrm{e}^{xy} + z^3 - xyz$, $\vec{x} = (x, y, z)^T$.

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x, f_y und f_z.
b) ~~Ist f total differenzierbar?~~ Geben Sie ∇f an.
c) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von f an der Stelle $\vec{x}_0 = \vec{0}$ in Richtung von $(1, 1, 1)^T$.
d) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von f an der Stelle $\vec{x}_0 = (1, 1, 1)^T$ in Richtung von $(4, 0, 3)^T$.

Aufgabe 34 (keine Abgabe)
Sei $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = \log\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$. Berechnen Sie f_x, f_y, ∇f sowie $x\, f_x(x, y) + y\, f_y(x, y)$.

Aufgabe 35 (10 Punkte + 5 Zusatzpunkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & , \quad x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & , \quad x = y = 0 \end{cases} .$$

a) Zeigen Sie: Die Funktion f ist stetig. Hinweis: $|xy| \leq x^2 + y^2$ (warum?)
b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f (für $\vec{x} \neq \vec{0}$).
c) Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von f in $\vec{0}$.
d) Ist f im Ursprung total differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.