

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 06.11.2015)

Aufgabe 19

(15 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, oder begründen Sie ggf., warum sie nicht existieren.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 - 1} \left(\frac{2n^5 - 3n^4 + 1}{n^2} - 2n^3 \right) \right) & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n + n^2} - \sqrt{n^2 - n} \right) \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3 - x}{|x - 3|} \end{array}$$

Aufgabe 20

(keine Abgabe)

Zeigen sie mithilfe der Definition des Grenzwertes, dass

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) = 2, \quad \text{d.h. finden Sie ein geeignetes } \delta(\varepsilon).$$

Aufgabe 21

(keine Abgabe)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^2 - x - 20}{x + 4} & \text{c) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} \end{array}$$

Aufgabe 22

(9 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{7x^3 - 2x^4 + x}{x^4 - 5x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} & \text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{2 - x} \end{array}$$

Aufgabe 23

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{\nu}{\mu(\mu+1)} & \text{b) } \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \frac{3^{\nu}}{n - \nu + 1} \end{array}$$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 24

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 13.12.15 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Two-sided limits from graphs,*
- *One-sided limits from graphs,*
- *Two-sided limits using algebra,*
- *Two-sided limits using advanced algebra* und
- *Limits at infinity where $f(x)$ is unbounded.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).