Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler Wintersemester 15/16

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 8 (Abgabe am 04.12.2015)

Zwischenumfrage zur Studie ***Übergang von Schule zu Hochschule in Mathematik***
Die meisten von Ihnen haben in der ersten Vorlesung bei der oben genannten Studie mitgemacht. Um den Verlauf während des Semesters besser nachvollziehen zu können, bittet Herr Dirk Miller Sie, an der Online-Zwischenumfrage http://www.unipark.de/uc/EBWB/69fd/ teilzunehmen. Die Bearbeitung der Umfrage wird ca. 3 bis 5 Minuten in Anspruch nehmen. Vielen Dank!

Aufgabe 43 (keine Abgabe)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

a) $\sinh x$ b) $\cosh x$ c) $\operatorname{Artanh} x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?
Hinweis: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von log in der Vorlesung.

Aufgabe 44 (24 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt)

a) $\dfrac{\cos x - 1}{x^2}$ b) $\dfrac{1}{(x-5)^2}$ c) $\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}$ d) $e^{-x^2}\cos(x)$

um Null, sowie die Taylorreihen von

e) e^{-x} um $x_0 = 42$ und f) $\cos x$ um $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktionen?

Aufgabe 45 (9 Punkte)

Bestimmmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\cos(2x)-1)^3}{(\sin x - x)^2}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\log(\log x)}{\sqrt{x}}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^{2000}\sin^{15} x}{(e^{-x}-1)^{2015}}$

Aufgabe 46 (keine Abgabe)

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x|x| - 4 + 2x - x^2}{|x-1|}$$

für reelle x. Achten Sie dabei insbesondere auf den Definitionsbereich, stetige Fortsetzbarkeit, Asymptoten, Nullstellen sowie Hoch- und Tiefpunkte, und zeichnen Sie die den Graph der Funktion.

Aufgabe 47 (4 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 17.01.16 auf `www.khanacademy.org` die *Skills*

- *Creating power series from geometric series using algebra*
- *Maclaurin series for* $\sin x$, $\cos x$, *and* e^x

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).
(ii) Die Taylor-Reihe um Null heißt auch Maclaurin-Reihe.