

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 29.01.2016)

Aufgabe 75

(10 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \pi & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -5 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 6 & \pi & 8 \\ 1 & 5 & -4 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & y \\ x & y & 0 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}^9$$

HINWEIS: Wir definieren die Potenz A^n einer quadratischen Matrix A durch

$$A^0 = I \text{ und } A^{n+1} = AA^n,$$

$$\text{d.h. } A^0 = I, \quad A^1 = A, \quad A^2 = AA, \quad A^3 = AAA, \dots$$

Aufgabe 76

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

a) $\frac{40i - 10}{3 + 5i}$

b) $e^{5-i\pi/2}$

c) $(x - iy)^3$

d) $\cos(x + iy)$

Aufgabe 77

(10 Punkte)

a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^5 = -243$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.

b) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

$$\sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x)$$

Aufgabe 78

(10 Punkte)

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 eine orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 79

(keine Abgabe)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - i & i - 1 \\ i + 1 & 1 + i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$ und A^{-1} .

Aufgabe 80

(2 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 07.02.16 auf www.khanacademy.org die *Skill*

- *Find the determinant of a 3×3 matrix,*

HINWEIS: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).