

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 15 (Abgabe am 05.02.2016)

Aufgabe 81

(10 Punkte)

Berechnen Sie

$$\text{a) } \int_1^e \frac{x^2 - 16 + \sqrt{x}}{x} dx \quad \text{b) } \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} \quad \text{c) } \frac{d}{dx} \int_0^{x^3} e^{-t^2} dt \quad \text{d) } \frac{d}{dx} \int_x^{100} e^{-t^2} dt$$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man F explizit kennt...

Aufgabe 82

(keine Abgabe)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$\text{a) } \int \cos^2 x dx \quad \text{b) } \int \cos^3 x dx \quad \text{c) } \int x \cos(x^2) dx$$

Aufgabe 83

(10 Punkte)

Zeichnen und berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f : x \mapsto x^2 - 9$, der Tangente an den Graphen an der Stelle $x = 4$ sowie der x -Achse eingeschlossen wird.

Aufgabe 84

(10 Punkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

- Berechnen Sie $\Gamma(1)$.
- Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s) \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.
- Bestimmen Sie $\Gamma(6)$.

Aufgabe 85

(keine Abgabe)

Finden Sie Funktionen ϕ und ψ mit $\lim_{y \rightarrow 0^+} \phi(y) = \lim_{y \rightarrow 0^+} \psi(y) = 0$ so, dass

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{\phi(y)} \frac{dx}{x} + \int_{\psi(y)}^1 \frac{dx}{x} \right) = 42.$$

Aufgabe 86

(2 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 07.02.16 auf www.khanacademy.org die *Skill*

- Functions defined by integrals.*

HINWEIS: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).