

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens am 28.10.2016 **vor** der Vorlesung)

---

### Aufgabe 6

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie geometrisch:  $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2017}$ .

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

### Aufgabe 7

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

### Aufgabe 8

(5 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten  $n$  positiven geraden Zahlen ist gleich  $n(n+1)$ .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für  $k \in \mathbb{N}$  ist  $2k$  gerade und  $2k-1$  ungerade und positiv.

### Aufgabe 9

(10 Punkte)

Sei  $a_0 = 4$  sowie  $a_{n+1} = 2a_n - 3$  für  $n \in \mathbb{N}_0$ .

a) Bestimmen Sie  $a_n$  für  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ .

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:  $a_n = 2^n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$ .

### Aufgabe 10

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

*Wird ein Kreis durch  $n$  Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.*

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

### Aufgabe 11

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für  $x, y \in \mathbb{R}$ :

$$\text{a) } \sum_{\nu=-1}^4 \nu^3 \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{n-1} 5^k \quad \text{c) } \sum_{k=0}^{n+16} x^{n+k} \quad \text{d) } (x-y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1}$$

HINWEIS (zu Teil d): Multiplizieren Sie zunächst die Klammer aus und vergleichen Sie die beiden Summen, die Sie dann erhalten.

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

## Aufgabe 12

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 27.11.16 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Powers of the imaginary unit*,
- *Plot numbers on the complex plane*,
- *Add & subtract complex numbers*,
- *Graphically add & subtract complex numbers* und
- *Multiply complex numbers*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie einen Punkt. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 2 Punkte gut.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- b) Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Powers of the imaginary unit*). Schränken Sie ggf. das Suchergebnis auf *Exercises* ein. Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- c) Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben.
- d) Damit Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihren/seinen *Class code*, welche Sie in den Übungsgruppen erhalten. (Wenn Sie vor dem Eintragen des *Class codes* bereits mit Ihrem Account geübt haben, dann wird Ihr Fortschritt auch nachträglich für Ihre\*n Übungsgruppenleiter\*in sichtbar.)