

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 11.11.2016)

Aufgabe 19

(15 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte!

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1-n} \left(\frac{n^3 + 3n - 1}{n^2} + 3n \right) \right)$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 2\sqrt{n}} - \sqrt{n - 2\sqrt{n}} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$ e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x+1|}{x+1}$

Aufgabe 20

(keine Abgabe)

Zeigen sie mithilfe der Definition des Grenzwertes, dass

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x) = 2, \quad \text{d.h. finden Sie ein geeignetes } \delta(\varepsilon).$$

Aufgabe 21

(keine Abgabe)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

a) $f(x) = \frac{5x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$ c) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x-1)(x+2)}$

Aufgabe 22

(9 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

a) $f(x) = \frac{5x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x}$ b) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$ c) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 1}}{x - 2}$

Aufgabe 23

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

a) $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{1}{\mu+1}$ b) $\sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{\nu 2^\mu}{\mu(\mu+1)}$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 24

(8 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 11.12.16 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Unbounded limits: graphical*,
- *Limits by factoring*,
- *Limits by rationalizing* und
- *Unbounded limits: algebraic*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).