

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 03.02.2017)

Aufgabe 78

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei $x, y \in \mathbb{R}$).

a) $\frac{40i - 10}{3 + 5i}$

b) $e^{5-i\pi/2}$

c) $(x - iy)^3$

d) $\sin(x + iy)$

Aufgabe 79

(10 Zusatzpunkte)

a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^5 = -32$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.

b) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

$$\sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x)$$

Aufgabe 80

(10 Punkte)

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 eine orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 81

(keine Abgabe)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - i & i - 1 \\ i + 1 & 1 + i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$ und A^{-1} .

Aufgabe 82

(12 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^2 + 7 - \sqrt{x}}{x} dx$ b) $\int_0^\infty \frac{dx}{1 + x^2}$ c) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$ d) $\frac{d}{dx} \int_x^{666} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man F explizit kennt...