

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 10.11.2017)

Aufgabe 20

(15 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte!

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} \left(\frac{2n^3 + 7n + 1}{n^2} - 7n \right) \right)$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+n^2} - \sqrt{n^2-2n} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x}$ e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{|x - \pi|}$

Aufgabe 21

(keine Abgabe)

Zeigen sie mithilfe der Definition des Grenzwertes, dass

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x) = 6, \quad \text{d.h. finden Sie ein geeignetes } \delta(\varepsilon).$$

Aufgabe 22

(keine Abgabe)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

a) $f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$ c) $f(x) = \frac{1 - x^3}{x^2 + x - 2}$

Aufgabe 23

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

a) $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{3^\mu}{\mu+1}$ b) $\sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{\nu}{\mu(\mu+1)}$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 24

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Koeffizienten $\gamma_{\nu\mu}$ in

$$(a + b + c)^n = \sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \gamma_{\nu\mu} a^\nu b^{\mu-\nu} c^{n-\mu}.$$

HINWEIS: Verwenden Sie die binomische Formel.

Aufgabe 25

(6 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 10.12.17 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Infinite limits and graphs*,
- *Limits by factoring* und
- *Limits using conjugates*.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).