

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe am 01.12.2017)

Aufgabe 38

(9 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe von Satz 6 die Ableitungen von

- a) $\operatorname{Arsinh} x$, b) $\operatorname{Arcosh} x$ und c) $\operatorname{Artanh} x$.

BEMERKUNG: Sie benötigen dazu keine expliziten Darstellungen der Umkehrfunktionen, sondern lediglich die Ableitungen aus Aufgabe 35.

Aufgabe 39

(9 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen differenzierbar? Bestimmen Sie dort die Ableitung.

$$f_1(x) = (\log(x^2))^3, \quad f_2(x) = \log_{17}(x), \quad f_3(x) := x^x.$$

Aufgabe 40

(6 Punkte)

Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ sowie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$. HINWEIS: Die Regel von l'Hospital ist hilfreich.

Aufgabe 41

(keine Abgabe)

- a) Sei $f(x) = (17)^x$. Bestimmen Sie $f'(x)$.
b) Seien $0 < p_j \leq 1$, $j = 1, \dots, n$, mit $\sum_{j=1}^n p_j = 1$, sowie

$$S(\alpha) := \frac{1}{1-\alpha} \log \left(\sum_{j=1}^n p_j^\alpha \right)$$

Bestimmen Sie $\lim_{\alpha \rightarrow 1} S(\alpha)$. HINWEIS: Denken Sie an die l'Hospitalsche Regel.

Aufgabe 42

(10 Punkte)

Sei

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}.$$

- a) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit (i) $f(x) = 1$, (ii) $f(x) = -1$ und (iii) $f(x) = 0$.
b) Skizzieren Sie den Graph von f .
c) Ist f in Null stetig? Argumentieren Sie mit ε und δ , und verwenden Sie dabei Ihre Ergebnisse aus Teil a.

Aufgabe 43

(2 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.01.18 auf www.khanacademy.org die *Skill*

- *Limits using trig identities.*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

$$(ii) \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}, \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}.$$