

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 02.02.2018)

Aufgabe 82

(10 Zusatzpunkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^3 = 2 + 2i$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.
- b) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

$$\sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x)$$

Aufgabe 83

(10 Punkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 84

(keine Abgabe)

Sei $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - i & i - 1 \\ i + 1 & 1 + i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, A^{-1} und $\overline{A}^T A$.

Aufgabe 85

(16 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^3 - 8 + \sqrt{x}}{x} dx$ b) $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} := \lim_{y \rightarrow \infty} \int_0^y \frac{dx}{1+x^2}$

c) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^3} e^{-t^2} dt$ d) $\frac{d}{dx} \int_x^{2018} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man F explizit kennt...

Aufgabe 86

(2 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 04.02.18 auf www.khanacademy.org die *Skill*

- *Divide complex numbers.*

HINWEIS: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).