Universität Ulm **Prof. Dr. W. Forst**
Abteilung Mathematik VI (Numerik) **S. Keppeler**

Übungen zu Höhere Mathematik III für Elektrotechniker

Blatt 13

Abgabe am Freitag, den 29.01.1999 um 10:00 Uhr

55. $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum, $E_1 \in \mathcal{A}$ mit $P(E_1) > 0$. Zeige:

    (a) $\widetilde{P}$ mit $\widetilde{P}(A) = \dfrac{P(A \cap E_1)}{P(E_1)}$ für $A \in \mathcal{A}$ ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Omega, \mathcal{A})$.

    (b) $\widetilde{\mathcal{A}} = \{A \cap E_1 \text{ mit } A \in \mathcal{A}\}$ ist eine σ-Algebra auf E_1, und die Restriktion von $\widetilde{P}$ auf $\widetilde{\mathcal{A}}$ ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(E_1, \widetilde{\mathcal{A}})$.

56. Drei Schützen A, B und C treffen sich zu einem Duell. Sie ordnen sich an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks an und vereinbaren die folgenden Regeln: Den ersten Schuß hat A, dann B, dann C, dann wieder A und so weiter. Ist einer getroffen, so setzen die anderen beiden das Duell fort. Die Trefferwahrscheinlichkeit von A ist $0,3$, die von B $1,0$ und die von C ist $0,5$. Jeder Schütze entscheidet zu jedem Zeitpunkt selbst, wohin er den Schuß richtet, auf einen der Gegner oder in die Luft. Alle sind gute Mathematiker und treffen immer die Entscheidung die ihnen maximale Überlebenschancen verspricht. Wohin richtet A seinen ersten Schuß? Wie hoch sind die Überlebenschancen für A, B und C?

57. Auf einer Ausstellung werden zwölf Gemälde gezeigt, von denen zehn Originale sind. Ein Besucher wählt zufällig ein Bild aus, befragt aber, bevor er es kauft, einen Experten. Dieser gibt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{9}{10}$ eine richtige Beurteilung ab. Wenn der Experte meint, daß das Bild eine Fälschung ist, gibt der Besucher es zurück und wählt ein anderes. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieses dann ein Original?

58. Ein Würfel wird sechs Mal geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für

    (a) genau eine sechs,

    (b) genau zwei sechsen,

    (c) mindestens eine sechs.

Aufgabenvorschläge für die Tutorien am 26.01.99

1. Wir zeigen: Sind die Ereignisse A_j $(j = 1, \ldots, n)$ paarweise unabhängig, d. h.

$$P(A_j \cap A_k) = P(A_j)\, P(A_k)\,,$$

so folgt daraus **nicht** $\quad P\left(\bigcap_{j=1}^{n} A_j\right) = \prod_{j=1}^{n} P(A_j)\,.$

Beispiel: Ein Würfel werde zwei Mal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse
A_1 : der erste Wurf liefert eine gerade Zahl
A_2 : der zweite Wurf liefert eine ungerade Zahl
A_3 : die Summe der beiden Augenzahlen ist gerade
Berechne die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

2. Aus einem Gefängnis führen 4 Fluchtwege in die Freiheit. Die Wahrscheinlichlkeit zu entkommen ist auf dem ersten Weg gleich 1/8, auf dem zweiten Weg gleich 1/6, auf dem dritten Weg gleich 1/4 und auf dem vierten Weg gleich 1/10. Ein Gefangener, der die Unterschiedlichen Chancen nicht kennt, wählt zufällig einen Weg für einen Fluchtversuch aus.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Flucht gelingt?

   (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er den vierten Weg benutzt hat, falls die Flucht gelungen ist?