Universität Ulm **Prof. Dr. W. Forst**
Abteilung Mathematik VI (Numerik) **S. Keppeler**

Übungen zu Höhere Mathematik III für Elektrotechniker

Blatt 14

Abgabe am Freitag, den 05.02.1999 um 10:00 Uhr

59. Bei einem zweifachen Würfelwurf seien die Zufallsvariablen X_1 und X_2 die Augenzahlen des ersten bzw. zweiten Wurfs. Die Zufallsvariablen X und Y seien wie folgt definiert:

$$X := \min(X_1, X_2)$$
$$Y := \max(X_1, X_2) \; .$$

Bestimme die gemeinsame Verteilung $p_{XY}(x,y)$ des Zufallsvektors (X,Y), die beiden Randverteilungen $p_X(x)$ und $p_Y(y)$ sowie die drei zugehörigen Verteilungsfunktionen.

60. Der Zufallsvektor (X,Y,Z) besitze die Verteilungsdichte

$$f_{XYZ}(x,y,z) = N\,\mathrm{e}^{-(x^2+y^2+z^2)} \, .$$

(a) Bestimme N.

(b) Bestimme die Randdichten für X, Y, Z, (X,Y), (X,Z), (Y,Z).

(c) Bestimme die Dichte $f_R(r)$ für $R := \sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$.

(d) Bestimme die Erwartungswerte von X, Y, Z und R.

(e) Bestimme das Maximum von $f_R(r)$.

61. Man würfelt einmal mit einem 20er Würfel und bestimmt so den Wert der Zufallsvariablen X_1. Erhält man im ersten Wurf eine 1, so würfelt man nochmals mit demselben Würfel und bestimmt so den Wert der Zufallsvariablen X_2. Für $2 \leq X_1 \leq 12$ würfelt man mit einem 6er Würfel und bestimmt so den Wert von X_2. In allen anderen Fällen ($X_1 \geq 13$) würfelt man nicht noch einmal – der Wert von X_2 ist dann Null. Berechne

(a) die Wahrscheinlichkeit für $X_2 = 5$.

(b) die Wahrscheinlichkeit für $X_2 \geq 2$.

(c) den Erwartunswert von X_2.

62. Fred und Kurt wollen sich zwischen 10 uns 11 Uhr am Bahnhof treffen. Sie treffen zu beliebigen Zeiten (zwischen 10 und 11) ein und beschließen jeder, zehn Minuten zu warten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie sich treffen.

Aufgabenvorschläge für die Tutorien am 02.02.99

1. Die Zufallsvariable X beschreibe die Dauer von Telefongesprächen eines Teenagers. X habe die Dichte (x in Minuten gemessen)

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}\,\mathrm{e}^{-x/5} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

   (a) Bestimme die Verteilungsfunktion $F_X(x)$.

   (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gespräch
   (i) länger als fünf Minuten dauert?
   (ii) zwischen fünf und sechs Minuten dauert?
   (iii) genau sechs Minuten dauert?

   (c) Bestimme Erwartungswert und Varianz von X.

2. Es sei $\psi(x) = N\,\mathrm{e}^{-x^2/4}$. Die Verteilungsdichte $f_X(x)$ der Zufallsvariablen X sei durch

$$f_X(x) = |\psi(x)|^2$$

   gegeben.

   (a) Bestimme N (wähle $N \in \mathbb{R}$).

   (b) Zeige, daß durch

$$f_K(k) := \frac{1}{2\pi}|\mathcal{F}\{\psi(x)\}(k)|^2$$

   ebenfalls eine Verteilungsdichte definiert ist.

   (c) Berechne die Erwartungswerte von X, X^2, K, K^2 sowie das Produkt $\sigma_X \cdot \sigma_K$.