

## Vortrag 2: Potenzen, Wurzeln und die reellen Zahlen $\mathbb{R}$

### Aufgabe (Größen von reellen Zahlen)

Ordne (ohne Taschenrechner) die folgenden Zahlen der Größe nach. Beginne mit der Kleinsten:

$$0; (0,5)^{-2,4}; 1; 4; 4^{-3,8}; 0,25; 2^{-3,3}; (0,5)^{2,4}; 8; 2^{-3}$$

### Aufgabe (Potenz- und Wurzelregeln I)

Wende die Potenzgesetze an um folgende Werte zu berechnen:

- $\frac{5^2 \cdot 5^3}{5^5}$
- $\frac{2^3 \cdot 3^3}{6^4}$
- $2^{13} \cdot 2^{-10}$
- $\frac{1}{2^{-3}} : \frac{1}{2^{-3}}$
- $\frac{\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{9}}$
- $\sqrt[2]{6} : \sqrt[3]{6}$
- $\frac{1}{\sqrt[4]{4+\sqrt[4]{4}}} : \frac{2}{\sqrt[4]{4}}$

### Aufgabe (Potenz- und Wurzelregeln II)

Schreibe die folgende Ausdrücke als Potenzen. Gebe ggf. die Werte der Variablen an, für die der gegebene Term nicht definiert ist.

- $(x-y)(x-y)(x-y)(x-y)$
- $\frac{1}{a} \left(-\frac{1}{a}\right) \frac{1}{-a}$
- $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$
- $\frac{1}{\sqrt{a}}$
- $\frac{b}{\sqrt[3]{a^2}}$

### Aufgabe (Potenz- und Wurzelregeln III)

Vereinfache die folgenden Terme.

- $24ab + 12a^2b - 3ab^2$
- $49x^2y^2 + 21x^2 - 14$
- $a^2 + 2ab + b^2$
- $\frac{2}{x-y} \cdot \frac{4}{x+y}$
- $2a^2 \cdot (3a - 7b) + 3b^2 \cdot (a^2 - 2b) + 2ab(7a + 3ab)$

### Aufgabe (Potenz- und Wurzelregeln IV)

Vereinfache die folgenden Terme.

- $\sqrt{36a^4b^4} : \sqrt{4a^2}$
- $x\sqrt{xy} \cdot 2y\sqrt{y} \cdot 4\sqrt{x}$
- $\frac{3y^{a+2}}{\sqrt{2x^2+4xy+2y^2}} + \frac{3xy^{a+1}}{\sqrt{2}(x+y)}$

### **Aufgabe (Binomische Formeln)**

Rechne mit Angabe der Rechengesetze aus der gestrigen Vorlesung die dritte Binomische Formel  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  nach. Halte dich an das folgende Beispiel:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Verwendet werden Distributivgesetz und Assoziativgesetz um auszumultiplizieren und das Kommutativgesetz um  $a$  und  $b$  vertauschen zu können.

### **Aufgabe (Potenzen großer Zahlen)**

- Berechne  $109^2$ ,  $214^2$  und  $320^2$ . (Tipp: Nutze die Binomischen Formeln)
- Berechne  $42 \cdot 38$ ,  $65 \cdot 55$  und  $92 \cdot 108$  ohne einen Taschenrechner

### **Aufgabe (Erklärung für Potenz- und Wurzelregeln)**

Begründe für dich an Beispielen die Rechenregeln für Potenzen und Wurzeln. Du könntest zum Beispiel folgendermaßen vor gehen.  $2^4 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7 = 2^{3+4}$

*Tipp:* Achte bei den jeweils letzten Punkten der Rechenregeln für Potenzen und Wurzel auf Regelmäßigkeiten, etwa:  $2^3 = 8$ ,  $2^2 = 4$ ,  $2^1 = 2$ ,  $2^0 = 1$ ,  $2^{-1} = ?$

### **Aufgabe (Wahr oder Falsch)**

Wahr oder Falsch? Begründe deine Antwort sinnvoll oder mache ein Gegenbeispiel.

- Die Wurzel einer Zahl ist immer kleiner als die Zahl selbst
- Quadriert man eine Zahl und zieht dann die Wurzel, so erhält man wieder diese Zahl

### **Aufgabe (Quadratzahlen)**

Jede gerade Quadratzahl ist durch 4 teilbar. Begründe diese Aussage oder widerlege sie.

### **Aufgabe (unendliche periodische Dezimalzahlen)**

Wie lassen sich periodische Dezimalzahlen als Bruch schreiben? Überlege dir an einem Beispiel ein einfaches Verfahren.

### **Aufgabe (Zahlbereiche)**

Wir haben die natürlichen Zahlen zu den ganzen erweitert um subtrahieren zu können. Um besser rechnen zu können haben wir auch die rationalen und reellen Zahlen eingeführt. Gibt es noch ein weiteres Hindernis in unseren Rechenregeln mit dem wir nicht umgehen können? Überlege dir wie man die reellen Zahlen erweitern könnte um dieses Hindernis zu überbrücken. wie viele Zahlen muss man den reelle hinzufügen um das Problem zu lösen?